

Segundo Congreso Internacional de Ciencias Humanas "Actualidad de lo clásico y saberes en disputa de cara a la sociedad digital". Escuela de Humanidades, Universidad Nacional de San Martín, San Martín, 2022.

# La Geometría como objeto de estudio en el Nivel Secundario: un acercamiento desde la investigación colaborativa.

Güerci, Victoria Pamela y Gómez, Susana.

Cita:

Güerci, Victoria Pamela y Gómez, Susana (2022). *La Geometría como objeto de estudio en el Nivel Secundario: un acercamiento desde la investigación colaborativa. Segundo Congreso Internacional de Ciencias Humanas "Actualidad de lo clásico y saberes en disputa de cara a la sociedad digital". Escuela de Humanidades, Universidad Nacional de San Martín, San Martín.*

Dirección estable: <https://www.aacademica.org/2.congreso.internacional.de.ciencias.humanas/317>

ARK: <https://n2t.net/ark:/13683/eoQd/gBy>



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons.  
Para ver una copia de esta licencia, visite  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>.

Acta Académica es un proyecto académico sin fines de lucro enmarcado en la iniciativa de acceso abierto. Acta Académica fue creado para facilitar a investigadores de todo el mundo el compartir su producción académica. Para crear un perfil gratuitamente o acceder a otros trabajos visite: <https://www.aacademica.org>.

## **La Geometría como objeto de estudio en el Nivel Secundario: Mandalas como recurso para la enseñanza.**

Victoria Güerci  
Universidad Nacional de General San Martín  
vguerçi@unsam.edu.ar

Susana Gómez  
Ministerio de Educación de la CABA, Equipo Profundización de la NES  
sugomez.sn@gmail.com

### **Resumen**

Presentamos una experiencia didáctica implementada en el Nivel Secundario para la enseñanza de la determinación de puntos que cumplen condiciones como lugares geométricos en el plano. El análisis didáctico de las decisiones que la docente implementó en la experiencia se construye por medio de la investigación colaborativa (Bednarz, 2015, 2017). Analizamos mediante el Enfoque Documental de lo didáctico (Trouche et al., 2020) la variedad de recursos que convergen en el aula con el objeto que las y los estudiantes se apropien de los contenidos a estudiar. Para comprender la actividad de la docente consideramos su sistema documental (Trouche et al., 2020) como unidad de análisis. El modelo Van Hiele (1986) es la herramienta teórica que nos permitió organizar el análisis del proceso de enseñanza. El acercamiento entre el mundo de la investigación y el de la práctica docente, nos permite, tanto, una expansión de la red de significados de la Geometría como objeto de estudio en el Nivel Secundario, como, la explicitación y comprensión de las prácticas profesionales de la docente cuando enseña Geometría en interacción con un sistema de recursos.

Geometría; Investigación; Colaborativa; Recursos; Van Hiele.

### **Ponencia (versión sintética)**

#### **1. Introducción**

En esta ponencia compartimos el análisis didáctico de las decisiones de una docente al llevar a cabo una experiencia didáctica para la enseñanza de contenidos de Geometría en un curso de 2° año de Nivel Secundario. El análisis se construye por medio de la investigación colaborativa (Bednarz, 2015, 2017). Se trata de una interpretación compartida entre investigadora y docente.

Las decisiones didácticas tomadas por la docente se interpretan y comprenden apelando a tres modelos teóricos. La tensión entre los componentes gráficos y verbales

presente en la experiencia desarrollada por la docente se interpreta mediante el modelo desarrollado por el didacta Shlomo Vinner (1991). El diseño de las clases se analiza desde el modelo Van Hiele (1986), atendiendo a las cinco fases de aprendizaje propuestas por el autor. Para atender a la variedad de recursos que la docente orquesta en la experiencia didáctica y a sus conocimientos profesionales asociados, recurrimos al Enfoque Documental de lo Didáctico (Trouche et al., 2020). Desde este marco teórico entenderemos como *recurso* a todo lo que sea susceptible de re-generar el trabajo de la docente al momento de enseñar Geometría.

## 2. Análisis didáctico

Presentamos la primera parte de la propuesta anual de la docente, centrada en ofrecer situaciones de enseñanza que promuevan las y los estudiantes:

- El uso y explicitación de las propiedades de figuras geométricas en la resolución de problemas.
- La producción y el análisis de construcciones geométricas en el plano considerando las propiedades involucradas y las condiciones necesarias y suficientes para su construcción.
- La producción y validación de conjeturas sobre relaciones y propiedades geométricas en el plano, avanzando desde las argumentaciones empíricas hacia otras más generales.

Inicialmente la docente presentó mandalas a las y los estudiantes explicitando oralmente dos metas de trabajo: caracterizarlos geométricamente y modelizar diseños propios. A partir de la interacción con el *recurso*, indagó sobre los saberes geométricos disponibles de las y los estudiantes. Estas actividades, pueden comprenderse desde lo que Van Hiele modelizó como fase 1 o *fase informativa*, dado que la docente las propone con el objetivo de relevar información de los conocimientos que tienen las y los estudiantes sobre nociones asociadas a los axiomas de Euclides, aunque sin nombrarlos de este modo, y el uso de los instrumentos de geometría.

A partir de la información recabada, la docente delineó una segunda propuesta centrada en la exploración del campo de estudio por medio de construcciones en diferentes soportes.

- En papel (imagen 1), las y los estudiantes confeccionaron en hojas cuadriculadas y lisas una secuencia de mandalas cuya complejidad se iba incrementando a través de las consignas de forma gradual.

- En madera (imagen 2), el grupo de estudiantes *re-creó* algunos de los mandalas realizados en papel utilizando clavos e hilos de colores, resignificando el geoplano, un *recurso* (Trouche et al., 2020) conocido por la docente.

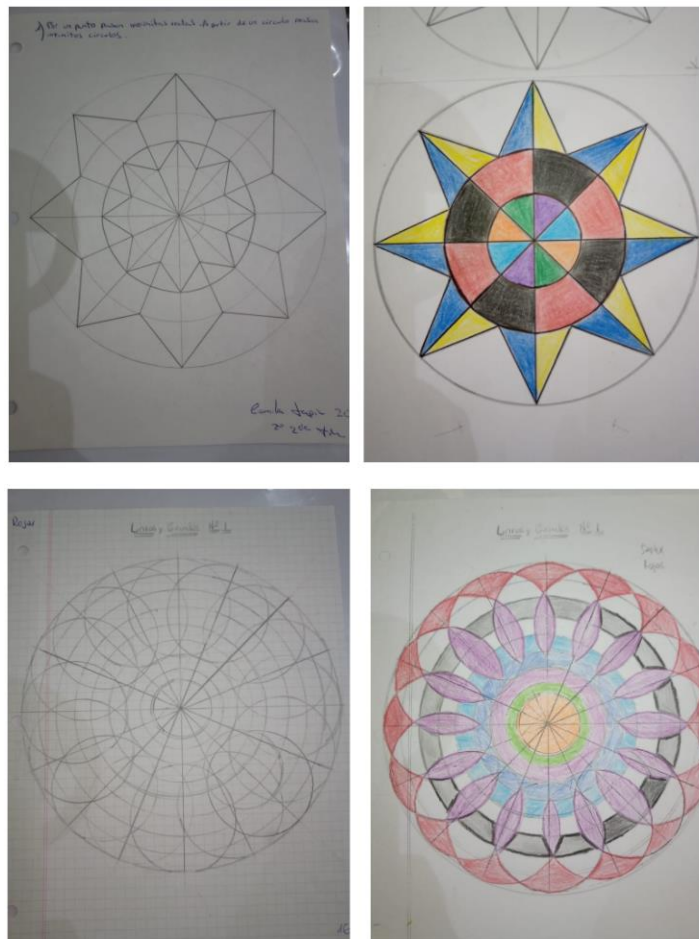


Imagen 1: Mandalas construidos en papel liso y cuadriculado



Imagen 2: Construcción de mandalas en madera

Estas actividades pueden comprenderse mediante la fase 2 o *fase de orientación dirigida* (Van Hiele, 1986), en tanto tienen como fin que las y los estudiantes caractericen algunos lugares geométricos (recta, circunferencia, bisectriz) y que realicen construcciones. La graduación de la complejidad en la construcción de los diferentes mandalas, se dio a través de considerar tanto las características y propiedades de la combinación de figuras geométricas a representar como por las particularidades de las hojas en las que se soportaban. Desde el punto de vista de la visualización y el razonamiento geométricos (Vinner, 1991) no es lo mismo para una y un estudiante construir un mandala sobre una hoja cuadrículada que hacerlo sobre hoja lisa. Los ángulos y las distancias determinadas por la cuadrícula pueden ser usados para la representación de figuras y lugares geométricos, obturando la aparición de características y propiedades.

En forma transversal, la docente gestionaba momentos de intercambios colectivos orales donde las y los estudiantes comentaban las regularidades observadas y

explicaban las estrategias desplegadas al construir los mandalas. Estos momentos son propios de lo que Van Hiele (1986) modeliza como fase tres o *fase de explicitación*.

Luego, la docente introdujo dos *recursos* para la construcción de mandalas: el lenguaje de programación Scratch y el graficador dinámico GeoGebra. Su selección se fundó en los conocimientos previos del grupo de estudiantes en el uso de ambos software, reconociendo un uso avanzado en la programación en Scratch. La actividad requirió a las y los estudiantes anticipar cómo realizar las construcciones, para luego comparar y explicitar la secuencia de pasos geométricos de la construcción en términos del lenguaje de programación. Esto no es una simple traducción de pasos de construcción en lápiz y papel a un lenguaje de programación determinado, sino que pone a cada estudiante en situación de relacionar y usar los conocimientos adquiridos en las fases anteriores, recurriendo a las formas de razonamiento geométricas. Estas características permiten interpretar la propuesta desde la cuarta *fase de orientación libre* (Van Hiele, 1986).

El problema que plantea generar un mandala en Scratch se configura en una situación abierta que admite múltiples formas de resolución para las y los estudiantes. Se compartieron estrategias para la determinación de una circunferencia apelando al concepto de giro. Incluir como *recurso* de enseñanza el lenguaje de programación por bloques, favoreció la aparición de conceptos como el sentido de los ángulos, cuándo se lo considera positivo o negativo, y la exploración de coordenadas polares.

Respecto del uso del Geogebra, se destinaron espacios y tiempos para la exploración del software. La exploración de las herramientas geométricas presentes en GeoGebra favoreció la aparición de los conceptos de simetría axial y central, y la caracterización de estos movimientos en el plano, además se recuperaron algunos de los debates de la fase 3 respecto al axioma de Euclides: por un punto pasan infinitas rectas.

Finalmente, la docente diseñó una actividad en papel (imagen 3) que desafiaba a las y los estudiantes a adquirir una visión general de los contenidos haciendo uso de las estrategias de construcción disponibles.

1. Dados los siguientes conjuntos de segmentos, analizar y decidir:

A. si es posible construir un triángulo siempre,

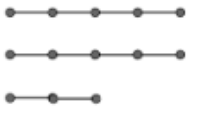
B. si el orden en el que se trasladan los segmentos modifica o no el triángulo a construir,

C. si el ángulo determinado por dos segmentos consecutivos determina un único triángulo o no.

Conjunto 1



Conjunto 2



Conjunto 3



Imagen 3: *Recurso docente en el diseño de la fase de integración.*

Intencionalmente la actividad de integración (imagen 3) no especificaba el soporte en el que se podía resolver, dado que uno de los objetivos de la docente era que sean las y los estudiantes quienes decidan la resolución de la actividad en lápiz y papel o en GeoGebra. La totalidad del grupo de estudiantes resolvió la actividad a mano valiéndose de regla y compás. La docente observó que las y los estudiantes aseguraban que era posible construir triángulos apelando a los conjuntos de segmentos 1 y 3. Ante la dificultad detectada, intervino oralmente proponiendo resolver la actividad usando GeoGebra y desplazar en la vista del software los segmentos y triángulos determinados. Para las y los estudiantes el uso de Geogebra fue relevante para verificar sus conjeturas. A partir de la exploración dinámica modificaron las conclusiones logradas anteriormente.

Finalmente, la docente propuso una tercera actividad, la construcción de mandalas en GeoGebra que contengan los triángulos logrados. En la revisión conjunta de los mandalas construidos en GeoGebra se leyeron y consideraron los protocolos de construcción del software, lo que requirió precisión en los conceptos y su uso adecuado.

Este conjunto de actividades propuestas por la docente pueden interpretarse desde lo que Van Hiele (1986) denomina quinta *fase de integración*. La secuencia de actividades tiene como fin que las y los estudiantes elaboren una síntesis de lo que han aprendido respecto de la construcción de figuras y lugares geométricos y el reconociendo los límites de las pruebas empíricas en geometría, e integren estos nuevos conocimientos con los que tienen con anterioridad en relación a los triángulos.

Durante el transcurso del proceso de enseñanza la docente desplegó diferentes actividades para evaluar el estado de los conocimientos de sus estudiantes. Destacamos que el uso de variados recursos (Trouche et al., 2020) a lo largo de las actividades de la secuencia, implicaba la revisión de las *imágenes y definiciones* de los conceptos construidos por cada estudiante (Vinner, 1991).

### 3. Conclusiones

En el diseño de la propuesta la docente puso en relación un conjunto de recursos, antiguos, recientes y nuevos. Su actividad didáctica se configura a partir del uso de mandalas, hojas lisas y cuadriculadas, geoplanos, hilos, lenguajes de programación y software de geometría dinámica, que dan cuenta de un proceso de instrumentación que contribuye a su actividad de enseñanza (Trouche et al., 2020). Las decisiones que toma para adaptar esos recursos e incluirlos en el diseño de secuencias con el objeto de provocar aprendizajes geométricos, dan cuenta de un proceso de instrumentalización (Trouche et al., 2020).

El proceso de conceptualización geométrica es continuo y no se lleva a cabo de manera inmediata. Requiere de tiempo y de la planificación de procesos de enseñanza centrados en la gestión de diversidad de tareas. La decisión docente de diseñar secuencias de enseñanza con variedad de *recursos* (Trouche et al., 2020) contempla esta heterogeneidad y favorece que las y los estudiantes relacionen la imagen y la definición de los conceptos geométricos (Vinner, 1991).

### Referencias bibliográficas

- Bednarz, N. (junio, 2015). La Recherche Collaborative. Entrevista por: Rinaudo, Jean-Luc y Roditi, Éric. *Carrefours De L'éducation*. N°39. P.p. 171-184.
- Bednarz, N. (septiembre, 2017). *Investigación colaborativa en Enseñanza de la Matemática*. Trabajo presentado en la conferencia de la VIII Escuela en Didáctica de la Matemática (EDIMAT 2017), Neuquén, Argentina.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.
- Trouche, L.; Gueudet, G.; Pepin, B.; Salinas-Hernández, U.; Sacristán, A. (mayo, 2020). El enfoque documental de lo didáctico. *DAD-Multilingual*. fhal-02557744v2ff
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education*. Londres, G. Bretaña: Academic Press.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. En D. Tall (ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht, Holanda: Kluwer.