

A produção do significado matemático da parábola por meio da experimentação geométrica em contexto de formação de professores: um enfoque semiótico multimodal.

Ezequias Cassela, Geciara da Silva Carvalho y Aristides Jaime Yandelela Cambuta.

Cita:

Ezequias Cassela, Geciara da Silva Carvalho y Aristides Jaime Yandelela Cambuta (2025). *A produção do significado matemático da parábola por meio da experimentação geométrica em contexto de formação de professores: um enfoque semiótico multimodal*. Revista Paradigma, XLVI, 1-26.

Dirección estable: <https://www.aacademica.org/ezequias.cassela/22>

ARK: <https://n2t.net/ark:/13683/pdg6/DdO>



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons.
Para ver una copia de esta licencia, visite
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>.

Acta Académica es un proyecto académico sin fines de lucro enmarcado en la iniciativa de acceso abierto. Acta Académica fue creado para facilitar a investigadores de todo el mundo el compartir su producción académica. Para crear un perfil gratuitamente o acceder a otros trabajos visite: <https://www.aacademica.org>.

A produção do significado matemático da parábola por meio da experimentação geométrica em contexto de formação de professores: um enfoque semiótico multimodal

Ezequias Adolfo Domingas Cassela¹ Geciara da Silva Carvalho²
Aristides Jaime Yandelela Cambuta³

Resumo

Este estudo investiga a produção do significado matemático da parábola por meio de uma abordagem qualitativa e experimental, fundamentada na Teoria da Objetivação. A pesquisa adota uma metodologia baseada na experimentação geométrica, na qual os professores em formação inicial realizam cortes em um cone de isopor para visualizar e compreender a materialidade geométrica e algébrica da parábola. Esse procedimento prático é complementado por discussões coletivas e registros gráficos, promovendo a interação entre diversas formas de representação e de comunicação da matemática. Além disso, a multimodalidade é abordada como um elemento essencial na formação de futuros professores de matemática, permitindo-lhes desenvolver uma abordagem pedagógica mais interativa e inclusiva, baseada na mediação e na multiplicidade de recursos como forma de criar significados matemáticos. A análise dos resultados indica que essa metodologia amplia a percepção dos professores em formação inicial sobre a materialidade dos conceitos matemáticos, favorecendo um ensino mais significativo e culturalmente situado. A experiência também revelou a importância da aprendizagem colaborativa e da dimensão ética na educação matemática, ao incentivar a troca de conhecimentos e a produção coletiva do saber. Ademais, é possível evidenciar que a experimentação e a reflexão crítica são fundamentais para a formação de professores inovadores e capazes de integrar múltiplas formas de produzir sentido e significado no ensino de Matemática. Dessa forma, esta pesquisa reforça a necessidade de metodologias que valorizem a interatividade e a materialidade na formação docente em meio multimodal.

Palavras-chave: Produção de significados matemáticos, Teoria da Objetivação, Formação de Professores, Semiótica multimodal.

The production of the Mathematical Meaning of the Parabola through Geometric Experimentation in the Context of Teacher Education: A Multimodal Semiotic Approach

Abstract

This study investigates the production of the mathematical meaning of the parabola through a qualitative and experimental approach, grounded in the Theory of Objectification. The research employs a methodology based on geometric experimentation, in which students cut a foam cone to visualize and comprehend the geometric and algebraic materiality of the parabola. This hands-on procedure is complemented by collective discussions and graphical recordings, fostering interaction among different forms of mathematical representation. Additionally, multimodal semiotics is explored as a key element in the education of future mathematics teachers, enabling them to develop a more interactive and inclusive pedagogical approach based on media-

¹ Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo-Brasil (Unesp-Rio Claro). Professor da Escola Superior Pedagógica do Bié (ESPE-Bié), Cuito, Bié, Angola. E-mail: ezequiasadolfo@hotmail.com.

² Doutora em Educação Matemática na Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), Rio Claro, São Paulo, Brasil. Professora Adjunta na Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, Bahia, Brasil. E-mail: geciara@uefs.br.

³ Doutor em Educação pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo-Brasil (Unesp-Rio Claro). Professor da Escola Superior Pedagógica do Bié (ESPE-Bié), Cuito, Bié, Angola. E-mail: aristidesjaimey@gmail.com

tion and multiple mathematical representations. The analysis of the results suggests that this methodology enhances students' perception of the materiality of mathematical concepts, promoting more meaningful and culturally situated teaching. The study also highlights the importance of collaborative learning and the ethical dimension in mathematics education by encouraging knowledge exchange and collective knowledge production. Furthermore, the findings reveal that experimentation and critical reflection are essential for preparing innovative teachers capable of integrating multiple modes of communication in mathematics instruction. Thus, the research underscores the need for methodologies that emphasize interactivity and materiality in teacher education.

Keywords: Termo1, Termo1, Termo1, Termo1, Termo1.

La producción del significado matemático de la parábola a través de la Experimentación Geométrica en el Contexto de la Formación de Profesores: Un Enfoque Semiótico Multimodal

Resumen

Este estudio investiga la producción del significado matemático de la parábola mediante un enfoque cualitativo y experimental, fundamentado en la Teoría de la Objetivación. La investigación adopta una metodología basada en la experimentación geométrica, en la que los estudiantes realizan cortes en un cono de espuma de poliestireno para visualizar y comprender la materialidad geométrica y algebraica de la parábola. Este procedimiento práctico se complementa con discusiones colectivas y registros gráficos, promoviendo la interacción entre diferentes formas de representación matemática. Además, la semiótica multimodal se aborda como un elemento esencial en la formación de futuros profesores de matemáticas, permitiéndoles desarrollar un enfoque pedagógico más interactivo e inclusivo, basado en la mediación y en la multiplicidad de representaciones matemáticas. El análisis de los resultados indica que esta metodología amplía la percepción de los estudiantes sobre la materialidad de los conceptos matemáticos, favoreciendo una enseñanza más significativa y culturalmente situada. La experiencia también reveló la importancia del aprendizaje colaborativo y de la dimensión ética en la educación matemática, al fomentar el intercambio de conocimientos y la producción colectiva del saber. Asimismo, se evidenció que la experimentación y la reflexión crítica son fundamentales para la formación de docentes innovadores y capaces de integrar múltiples formas de comunicación en la enseñanza de las matemáticas. Así, la investigación refuerza la necesidad de metodologías que valoren la interactividad y la materialidad en la formación docente.

Palabras clave: Construcción de significados matemáticos, teoría de la objetivación, formación docente, semiótica multimodal.

INTRODUÇÃO

A formação de professores de matemática exige estratégias metodológicas que promovam uma aprendizagem significativa, crítica e culturalmente situada (Freire, 1996). No cenário educacional contemporâneo, há uma necessidade crescente de desenvolver metodologias que integrem teoria e prática, possibilitando aos futuros professores a produção de conhecimentos matemáticos de maneira ativa e reflexiva (Shulman, 1986).

Nesse contexto, é pertinente destacar que uma pesquisa realizada em 2018, no âmbito da formação inicial de professores da Escola Superior Pedagógica do Bié, em Angola, revelou um número significativo de dificuldades enfrentadas pelos professores em formação inicial na resolução de problemas geométricos que se desviam dos padrões convencionais abordados em sala de aula, especialmente na disciplina de Geometria Analítica, no tópico referente às curvas cônicas (Cassela; De Nascimento, 2020). Dentre os fatores identificados,

cabe realçar a tendência dos alunos em consolidar seus conhecimentos nessa disciplina por meio da memorização de fórmulas apresentadas de forma pronta e descontextualizada, sem uma conexão significativa com experiências do cotidiano. Essa abordagem fragmentada compromete a compreensão e, por conseguinte, o estabelecimento efetivo de relações entre conceitos matemáticos e situações reais vivenciadas no cotidiano, independentemente do contexto em que os estudantes vivem, logo atuam. Isso limita a capacidade dos professores em formação na abordagem dos conceitos matemáticos em situações reais, limitando a capacidade dos professores em formação inicial de interpretar e solucionar problemas de forma autônoma e crítica.

Além disso, os professores em formação inicial demonstraram dificuldades em explicar a origem da denominação “curvas cônicas”, em específico, em compreender as principais propriedades que justificam sua caracterização como lugares geométricos, bem como em definir essas curvas tanto sob a abordagem sintética quanto analítica. Ademais, apresentaram limitações na explicação das propriedades que fundamentam a obtenção de suas equações (Cassela, 2018). Essa constatação suscitou a preocupação do primeiro autor deste estudo, enquanto docente da disciplina, levando-o a refletir criticamente sobre sua prática pedagógica. Esse processo de reflexão impulsionou a busca por estratégias didáticas que integrem experiências cotidianas, de modo a favorecer uma abordagem mais significativa do ensino de Geometria Analítica. O objetivo do estudo do primeiro autor é possibilitar aos formandos não apenas a compreensão conceitual do tema, mas também entendê-lo como uma produção humana e contextos culturais específicos, promovendo uma aprendizagem mais reflexiva e conectada à realidade específica em que estão inseridos.

Nesse viés, entendemos que a Teoria da Objetivação (TO) proporciona um referencial teórico que concebe a aprendizagem como um processo interativo e sociocultural, no qual a mediação semiótica multimodal assume um papel central na compreensão dos conceitos matemáticos que se manifestam de forma sensorial em sala de aulas por meios de signos, linguagens e artefatos. (Radford, 2021)

Assim, na intenção de sedimentar um pensamento sustentado na prática espontânea e natural, estimulando a criatividade e a descoberta no estudo dos conceitos matemáticos, procuramos olhar para a experimentação geométrica como uma estratégia essencial na formação de professores. Entendemos que tal estratégia pode propiciar que os professores em formação construam significados matemáticos por meio da manipulação de objetos físicos e da articulação entre diferentes formas de representação. Além disso, analisamos como essa metodologia contribui para a subjetivação dos futuros professores, promovendo a sua atuação como sujeitos socioculturais capazes de integrar múltiplas formas de representação no ensino de Matemática (Vygotsky, 2001).

Para tal, procuramos explorar entre, outros elementos, a abordagem da semiótica oportunizada a partir da análise multimodal inerente Teoria da Objetivação, considerando a interação entre registros de representação – tátil, visual, simbólico e verbal – para aprofundar a compreensão da parábola como um objeto matemático dinâmico. Diante disso, é oportuno referendar Radford (2021), o qual expõe que a produção do saber ocorre na interseção entre a cultura e a cognição, por meio de um sistema dinâmico de ações e pensamentos em uma perspectiva histórico-cultural. Esse fato evidencia a importância da integração de múltiplas formas de representação no ensino. A experiência prática favorece o desenvolvimento de uma postura investigativa entre os futuros professores, estimulando a análise crítica e a mediação do conhecimento matemático em contextos culturais específicos (Cassela, 2018).

Dessa forma, este estudo busca responder à seguinte questão: *como a experimentação geométrica e a semiótica multimodal contribuem para a Produção do significado matemático da parábola na formação de professores de Matemática?* Para tanto, objetivamos investigar como a experimentação geométrica, aliada à semiótica multimodal, favorece a produção do significado matemático da parábola, promovendo uma abordagem pedagógica interativa e culturalmente situada na formação de futuros professores de matemática.

Nesse sentido, este estudo inicia com a apresentação de um enquadramento teórico que fundamenta a investigação, explorando o enfoque da semiótica multimodal no âmbito da TO e sua relevância para a formação de professores. Em seguida, detalhamos a metodologia empregada nesta pesquisa, descrevendo os procedimentos adotados para a produção e análise dos dados, bem como o contexto em que o estudo foi desenvolvido. Na sequência, é apresentada uma atividade experimental voltada para o estudo da parábola, na qual os professores em formação exploram a materialização desse conceito por meio do corte de um cone de isopor. Esse processo experimental é conduzido de maneira colaborativa, incentivando a interação entre os participantes e a articulação entre diferentes formas de representação matemática, tanto geométricas quanto algébricas.

| ENQUADRAMENTO TEÓRICO DO ESTUDO

A linha de pensamento do presente estudo está fundamentada na Teoria da Objetivação (TO), desenvolvida por Luís Radford, professor da Laurentian University, no Canadá. Essa teoria propõe uma abordagem sociocultural para o ensino e aprendizagem da Matemática, centrando-se na interação coletiva e na dimensão histórica e cultural dos saberes. A TO refuta a concepção tradicional de aprendizagem como um processo meramente individual e cognitivo, defendendo, em vez disso, que aprender é um fenômeno intersubjetivo e dialético, marcado por interações simbólicas e pela participação ativa em práticas sociais (Radford, 2021).

Uma das principais contribuições da TO é o conceito de atividade, concebido como um *modo de vida*, podendo ser considerado como labor conjunto (Radford, 2021). Nesse processo, a manifestação do saber que implica tanto em conhecer quanto em vir a ser, manifesta-se por meio da ação humana, sedimentando a semiótica multimodal, que enfatiza a multiplicidade de formas de representação e interação no processo de aprendizagem. Radford (2017, 2021) argumenta que a aprendizagem matemática ocorre por intermédio de signos verbais, gestuais, escritos, gráficos e corporais, que interagem para criar significados compartilhados. Dessa forma, a compreensão de conceitos matemáticos, como as seções cônicas, não pode ser reduzida apenas à linguagem formal ou algébrica; ao contrário, exige uma abordagem integrada que valorize a interação entre diferentes sistemas semióticos.

Nesse sentido, é importante reconhecer que a abordagem multimodal não apenas enriquece o processo de aprendizagem por meio da variedade de recursos semióticos, mas também contribui diretamente para a construção de um ensino mais inclusivo e acessível. Segundo Kress (2010), a comunicação multimodal reconhece que os sujeitos aprendem e se expressam por meio de diferentes modos — visuais, gestuais, táteis, verbais e simbólicos —, possibilitando que cada estudante se conecte com o conhecimento conforme suas capacidades e estilos de aprendizagem.

Essa multiplicidade amplia o engajamento e favorece a equidade no ambiente educacional, ao acolher diferentes experiências cognitivas, linguísticas e culturais (Rojo, 2012). Esse aspecto é particularmente relevante para o estudo da materialidade⁴ geométrica e algébrica da parábola, uma vez que o processo de objetivação desse conceito envolve visualização, manipulação espacial e interação discursiva. Como destaca Vergel (2018, p. 74, tradução nossa),

a natureza multimodal da cognição humana significa que não somos sujeitos cognitivos sozinhos. Nossas ações cognitivas estão sempre impregnadas do cinestésico, do perceptivo, do tátil, etc., e essas modalidades sensoriais são parte integrante dos processos de cognição — não elementos periféricos nas formas de conhecer e trabalhar com ideias matemáticas⁵.

Essa perspectiva fortalece a compreensão da cognição matemática como um fenômeno corporal, social e semiótico. Nesse contexto, o conceito de “labor conjunto” (Radford,

⁴ No presente contexto, a palavra “materialidade” refere-se à concretude, tangibilidade e presença física dos conceitos matemáticos. Ou seja, diz respeito à forma como os conceitos abstratos da matemática, como a parábola, ganham forma e presença perceptível por meio de objetos, ações e representações sensoriais — neste caso, por meio da atividade prática de cortar um cone de isopor para visualizar a parábola. Essa materialidade não é apenas física, mas também simbólica e representacional, pois envolve a articulação entre gestos, objetos manipuláveis, registros gráficos e discussões coletivas, que contribuem para a produção do significado matemático. Assim, materialidade, aqui, diz respeito à maneira como o conhecimento matemático é corporificado, representado e comunicado de forma acessível e significativa pelos sujeitos da aprendizagem, aproximando a matemática de realidades concretas e culturais.

⁵ La naturaleza multimodal de la cognición humana significa que no somos sujetos cognitivos solamente. Nuestras acciones de conocimiento siempre están preñadas de lo kinestésico, lo perceptual, lo táctil, etc., y estas modalidades sensoriales son parte integral de los procesos de cognición, no son, por supuesto, elementos periféricos en las maneras de conocer y trabajar ideas matemáticas.

2017) desempenha um papel essencial na produção do saber matemático, cuja materialização desse saber é considerada pelo autor em questão como conhecimento. A TO considera a aprendizagem como uma produção coletiva, na qual professores e alunos se engajam em atividades colaborativas de forma paralela, negociando lado a lado significados e produzindo compreensões compartilhadas. Nesse viés, o saber emerge da atividade humana como uma *obra comum*. A interação entre os sujeitos no ambiente de sala de aula é mediada por ferramentas culturais, como linguagem, signos e artefatos, os quais permitem a aprendizagem como um processo dialético entre a objetivação e subjetivação na linha do *conhecer e ser* (Radford, 2021).

Além disso, Romeiro *et al* (2024) enfatizam que o processo de objetivação do saber como arquétipo cultural em sua alteridade e autoridade na sala de aulas não ocorre apenas por meio da linguagem verbal, mas também mediante manifestações sensoriais que incluem a dinâmica incorporada nos gestos, no ritmo, nas emoções e nas sensações, manifestando-se, assim, por meio de múltiplos recursos semióticos de objetivação. Nesse sentido, a experiência sensorial, incluindo o toque, o movimento e a manipulação de objetos concretos, desempenha um papel crucial na produção do significado matemático, permitindo que os alunos estabeleçam relações entre diferentes formas de representação do conhecimento. Dessa maneira, o saber matemático emerge como um fenômeno semiótico complexo, no qual gestos, diagramas, expressões algébricas e interações sociais se entrelaçam para formar um entendimento mais aprofundado (Radford, 2017).

A importância do labor conjunto também se reflete na formação de professores de Matemática. Para Radford (2015), o processo de aprendizagem docente não se limita à aquisição de técnicas pedagógicas, bem além disso, envolve uma dimensão ontológica, na qual os professores produzem sua identidade profissional por meio da interação com os outros e da reflexão sobre suas práticas. Dessa forma, o ensino da Matemática deve ser concebido como um espaço de interação dialética, no qual o professor, ao mesmo tempo em que ensina, também aprende com seus alunos e com o contexto sociocultural em que está inserido. O uso de signos e artefatos matemáticos nesse processo possibilita que os professores desenvolvam uma consciência crítica sobre o papel da Matemática na sociedade e sobre as formas como os conhecimentos são historicamente produzidos e compartilhados.

Dessa maneira, a abordagem adotada neste estudo – ao promover a compreensão da parábola mediante a manipulação de um cone de isopor e da discussão coletiva – está alinhada com os pressupostos da TO. A experiência didática proposta não apenas permite aos alunos visualizarem e compreenderem a materialidade geométrica e algébrica da parábola, mas também os envolve em um processo de labor conjunto, no qual os significados matemáticos são produzidos de forma coletiva, dialética e multimodal. Essa abordagem multimodal, ao favorecer a circulação entre diferentes registros de representação e promover o labor conjunto, permite a emergência de processos investigativos que envolvem elaboração

de hipóteses, validação empírica, e reorganização de conceitos — elementos que, segundo Radford (2021), integram o vir-a-ser epistêmico dos sujeitos no processo de aprendizagem. Assim, entendemos que essa forma de mediação contribui para a construção de uma postura mais autônoma, criativa e crítica por parte dos futuros professores, ao lhes possibilitar agir não apenas como reprodutores de procedimentos, mas como produtores de sentido no e sobre o discurso matemático.

CAMINHO METODOLÓGICO DO ESTUDO

O presente estudo está fundamentado na metodologia baseada na experimentação geométrica, ancorando-se na perspectiva do labor conjunto defendido pela Teoria da Objetivação de Radford (2021), com vista à manipulação concreta de objetos para permitir a produção significativa do conhecimento matemático de forma colaborativa. O referido trabalho foi desenvolvido ao longo de um período de quatro meses, durante a etapa de produção de dados vinculada à elaboração da dissertação de mestrado do primeiro autor deste estudo, apresentada e defendida na Universidade da Beira Interior, em Portugal. Nesse estudo, a experimentação geométrica foi implementada por meio da realização de cortes em um cone de isopor, permitindo que os professores em formação visualisassem empiricamente a formação da parábola como uma seção cônica. Esse processo não apenas proporcionou uma experiência tangível da relação entre a geometria sintética e analítica, mas também incentivou o trabalho cooperativo entre formandos e professores para que os resultados fossem obtidos de forma conjunta.

A experimentação foi acompanhada por discussões coletivas e registros gráficos, promovendo uma articulação entre diferentes representações matemáticas. Os professores em formação foram estimulados a refletir sobre as propriedades geométricas da parábola, identificando suas características estruturais e relacionando-as às equações matemáticas correspondentes. Dessa forma, a atividade foi além da simples reprodução de conceitos teóricos, favorecendo uma aprendizagem ativa e investigativa. Além disso, os excertos de fala apresentados foram transcritos e, quando necessário, ajustados para promover a clareza e a coesão textual, mantendo-se o conteúdo original das ideias expressas pelos participantes.

Ademais, o labor conjunto reforçou a semiótica multimodal na formação de professores de Matemática, uma vez que os futuros docentes experimentaram diferentes formas de mediação pedagógica e representação matemática. A integração entre manipulação física, visualização, linguagem simbólica e discussões verbais ampliou a capacidade dos professores em formação para diversificar suas práticas de ensino, tornando-as mais inclusivas e acessíveis. Assim, a metodologia adotada demonstrou o potencial transformador da experimentação geométrica na produção do significado matemático e na formação docente. O registro de dados foi feito mediante anotações em blocos de nota, gravação de conversas

por meio de celulares colocados em diferentes lugares em torno dos grupos de discussão e filmagem para o registro de imagens que realçaram as mais diversas manifestações sensoriais ao longo das discussões.

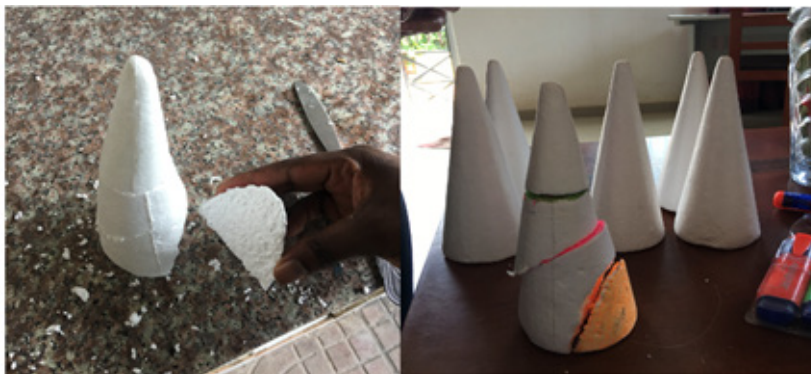
A atividade experimental foi aplicada a um grupo de dez alunos do primeiro ano do curso de formação de professores de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié, em Angola. A referida atividade foi conduzida em um ambiente de trabalho colaborativo, no qual alunos e professor atuaram de forma conjunta, promovendo discussões, compartilhando aprendizagens e superando desafios com o objetivo de produzir um conhecimento mais aprofundado sobre o tema em questão. Nesse contexto, a análise multimodal da TO desempenhou um papel fundamental ao possibilitar a investigação sobre como diferentes formas de representação — como gestos, linguagem verbal, esquemas gráficos e manipulação de objetos físicos — contribuíram para a produção do significado matemático da parábola. Ao integrar múltiplos registros semióticos, a abordagem multimodal propiciou que os participantes articulassem suas compreensões de maneira dinâmica e interativa, favorecendo uma aprendizagem mais contextualizada no processo de formação docente.

ATIVIDADE EXPERIMENTAL DO ESTUDO DA PARÁBOLA NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Inicialmente, foi formulada ao grupo de professores em formação inicial a seguinte questão: *como promover a aprendizagem das cônicas de maneira que favoreça o desenvolvimento de habilidades de visualização, identificação e classificação, sem recorrer exclusivamente à memorização de fórmulas previamente estabelecidas?* Com base nessa problemática, os professores em formação inicial exploraram a bibliografia da disciplina e, inspirados nas experiências práticas de Apolônio, relacionadas com as seções cônicas, mobilizaram artefatos disponíveis no Departamento de Ensino e Investigação de Ciências exatas da Escola Superior Pedagógica do Bié. Isso resultou numa experimentação que teve, como ponto de partida, a feitura de três cortes em um cone de isopor, utilizando uma faca para realizar cortes com diferentes inclinações.

Esse procedimento permitiu a obtenção de três seções cônicas distintas, cujos contornos correspondem à circunferência, à elipse e à parábola. No entanto, em ação colegiada com o professor, tendo em vista os propósitos de ensino-aprendizagem das cônicas, os licenciandos se concentraram na análise exclusivamente da parábola. Para a obtenção dessa curva, o corte realizado, em diálogo com o professor, posicionou a faca

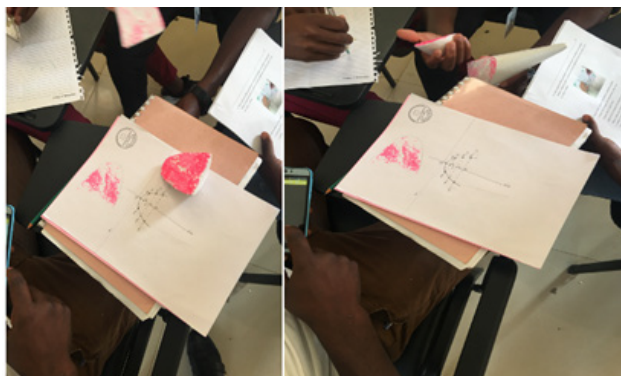
de forma oblíqua, paralela a uma das geratrizes do cone, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Curva resultante de um corte feito com uma faca em um cone de isopor

Fonte: arquivo dos autores.

No caso da curva em análise, os professores em formação inicial, para começar, exploraram diversas possibilidades que lhes permitissem compreender a produção de significados associados à materialidade geométrica e algébrica da parábola a partir da experiência proposta, focando na visualização e na linguagem falada. Para tanto, no decorrer da atividade, um dos formandos levantou uma questão fundamental: *Para darmos continuidade ao estudo, precisamos ter certeza de que o contorno da seção obtida corresponde, de fato, a uma parábola.*⁶

Diante dessa observação, houve um consenso entre os participantes, levando-os a mobilizar os conhecimentos adquiridos em aulas anteriores para traçar uma parábola de referência. A partir dali, começaram ser articulados e integrados os recursos semióticos entre modalidades sensoriais: gráfico (visual, simbólico e verbal) e artefatos (visual, simbólico e tátil) – ver Figura 2. Em seguida, para validar empiricamente a forma da seção cônica gerada, os professores em formação inicial utilizaram uma caneta hidrocor para destacar, no isopor, a superfície plana resultante do corte e, posteriormente, fizeram sua marcação em uma folha de papel referente a seção plana pintada.

Figura 2 – Compreensões dos alunos em torno da materialidade geométrica e algébrica da curva obtida

Fonte: arquivo dos autores.

⁶ Aqui, assumimos também, a partir da fala do formando uma correspondência por aproximações, uma vez que apesar de os cortes no cone terem sido feitos com muita destreza, tanto a superfície do corte quanto a representação com a caneta hidrocor, não são matematicamente precisos para assumirmos ideias pautadas em certezas.

A representação gráfica na Figura 2 evidenciou que os professores em formação inicial, no contexto da Geometria Analítica, compreendem a parábola como um lugar geométrico dos pontos equidistantes de um ponto fixo chamado foco e de uma reta chamada diretriz. No entanto, ainda não eram capazes de justificar a existência dos seus objetos geométricos na perspectiva da Geometria Sintética. Por exemplo: como surge o foco da parábola e a reta diretriz. Saberes esses que podem ser mobilizados por meio de um estudo articulado com a Geometria Pura. Até aqui, os licenciandos mobilizaram conceitos algebricamente sedimentados em aulas anteriores, cuja compreensão não necessariamente permitia aos formandos justificarem geometricamente a razão da curva ser um lugar geométrico, e nem o fato dela ser considerada uma seção cônica.

Em vista disso, a mobilização dos artefatos, a pintura da seção plana por meio da caneta hidrocor impressa no papel, e, por conseguinte, a plotagem do gráfico se configuram como gestos semióticos que influenciaram a produção de sentido e de significado do conceito da parábola, enquanto resultado da manifestação sensorial do saber. Isso permitiu ir além da definição algébrica da parábola. Assim, a curva obtida favoreceu a aproximação visual e conceitual com a estrutura matemática da parábola, permitindo aos professores em formação identificar seus elementos fundamentais, embora não se trate de uma representação geométrica precisa nos termos da matemática formal. Isso reforça a conexão entre a experiência semiótica multimodal e a sua definição algébrica.

Dando continuidade à atividade, um dos formandos ressaltou a necessidade de uma análise minuciosa sobre o procedimento adotado para a obtenção da seção plana em estudo. Ele enfatizou a importância de considerar todos os elementos envolvidos no processo, afirmando: *Precisamos examinar detalhadamente cada aspecto do procedimento que seguimos para obter esta seção plana. Devemos levar em conta todos os fatores observados, desde a posição do cone de isopor e da faca até a execução do corte e a forma resultante.*⁷

Com base nessa perspectiva, a discussão coletiva se aprofundou na revisão dos passos realizados, buscando uma compreensão mais rigorosa dos princípios geométricos subjacentes ao experimento. Durante esse momento reflexivo, outro formando propôs uma sistematização das ideias emergentes, sugerindo: *Enquanto discutimos o procedimento, eu anotarei os principais aspectos que surgirem dessa análise.* Nesse momento, a modalidade sensorial verbal passa a integrar o processo investigativo, antes predominantemente apoiado nas modalidades tátil e visual. Além disso, os recursos semióticos utilizados na sistematização incluem registros escritos incluindo simbolismo matemático e representações gráficas sistematizadas que auxiliam na organização e na explicitação das relações geométricas envolvidas.

⁷ Os dados apresentados resultantes das discussões entre professores em formação inicial e o professor, primeiro autor, configuram-se de alguma formalidade porque passaram por um tratamento preliminar da parte dos autores.

Assim, o diálogo em ação colaborativa favoreceu a elaboração de um registro estruturado por diferentes recursos semióticos, incluindo o artefato cultural (cone), representações gráficas, a linguagem oral e escrita, e o simbolismo numérico. Esse registro sintetizou os principais elementos observados e discutidos ao longo da atividade experimental, resultando na seguinte formulação realizada conjuntamente pelos estudantes: *a curva resultou da interseção de um cone de isopor com uma faca paralela a uma das suas geratrizes.*

Prosseguindo com a discussão, um dos professores em formação inicial refletiu sobre as observações realizadas ao longo da atividade e declarou: *Considerando tudo o que analisamos, percebo que essa experiência nos conduz a uma compreensão distinta do conceito de parábola, explorando sua materialidade geométrica de maneira diferente daquela tradicionalmente estudada no âmbito da Geometria Analítica.* Outro estudante prontamente concordou e acrescentou: *Se esse for o caso, é essencial que agora traduzamos essa percepção para uma formulação que enfatize a linguagem matemática, a fim de expressá-la de maneira mais precisa e formalizada.* Dessa interação reflexiva e coletiva, derivou-se a seguinte definição, passando a operar o conceito na perspectiva da Geometria Sintética (Pura): “a parábola é a curva que resulta da interseção de um cone com um plano paralelo a uma das suas geratrizes.”

Entendemos, até aqui, que a partir da representação visual, surgiu a concretização verbal do conceito, o qual se consolidou de maneira sistemática no campo da Geometria Sintética, no que tange ao conceito de parábola. Nesse processo, observamos que o pensamento dos licenciandos circulou por diversas modalidades semióticas, evidenciando a transição entre diferentes formas de representação e compreensão do objeto matemático em questão.

Dando continuidade à atividade, o professor (primeiro autor) propôs a ampliação do desafio, incentivando uma investigação mais aprofundada sobre os fundamentos teóricos subjacentes à experiência realizada. Ele sugeriu: *Vamos reservar um tempo para que todos possam realizar pesquisas individuais e coletivas, com o objetivo de analisarmos e discutirmos as diferentes premissas associadas a essa experiência.* Como resultado desse processo investigativo, os formandos exploraram os teoremas e resultados obtidos por *Germinal Dandelin* (1794–1847), particularmente aqueles relacionados às *esferas de Dandelin* inseridas no cone. Esse estudo permitiu compreender como tais esferas determinam os pontos de tangência fundamentais na produção das seções cônicas. A partir dessa análise teórica e experimental, os participantes se concentraram no exame da seguinte proposição:

Proposição: considere-se um cone circular reto e um plano π paralelo a uma das suas geratrizes que o intersecta obliquamente. Assumimos que existe uma esfera que tangencia simultaneamente o plano π e o cone (ver Figura 1). Seja também o plano θ ortogonal ao eixo do cone que contém a circunferência c de tangência da esfera com todas as geratrizes do cone.

Se F é o ponto de interseção da esfera com o plano π , c a circunferência de tangência entre a esfera e o cone e a reta resultante da interseção entre o plano de corte (π) e o plano θ ortogonal ao eixo do cone, que contém a circunferência c , então qualquer ponto P da interseção do cone com o plano de corte é tal que:

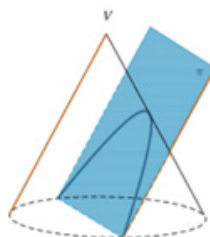
$$d(P, F) = d(P, l)$$

Após vários dias de intensas discussões sobre a proposição em análise, bem como sobre os antecedentes históricos relacionados ao estudo da parábola, os professores em formação chegaram a uma conclusão fundamental: seguindo rigorosamente o procedimento experimental realizado, é possível demonstrar matematicamente a validade da referida proposição. Aprofundando-se no debate, os participantes examinaram os aspectos geométricos que sustentam a produção da parábola, estabelecendo conexões entre a abordagem experimental e os princípios formais da matemática.

O labor conjunto estimulou uma revisão histórica, favorecendo uma compreensão mais ampla sobre a evolução do conceito de parábola e sua relação com diferentes formulações matemáticas ao longo do tempo. Essa perspectiva se ancora na seguinte afirmação: “o Saber emerge da atividade humana em um processo em movimento, conforme as relações socioculturais que vão estabelecendo e por meio de um trabalho humano” (Romeiro *et al*, 2024, p. 3). Dessa forma, após a troca de ideias e o trabalho colaborativo, foi formalizado com estudantes e professor, o seguinte registro do discurso geométrico:

Consideremos um cone reto de vértice V e um plano π paralelo a uma das suas geratrizes que o intersecta obliquamente.

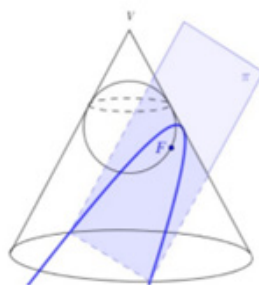
Figura 3 – a materialidade geométrica da curva obtida.



Fonte: arquivos dos autores.

Seja uma esfera de Dandelin inscrita no cone e tangente ao plano π no ponto F .

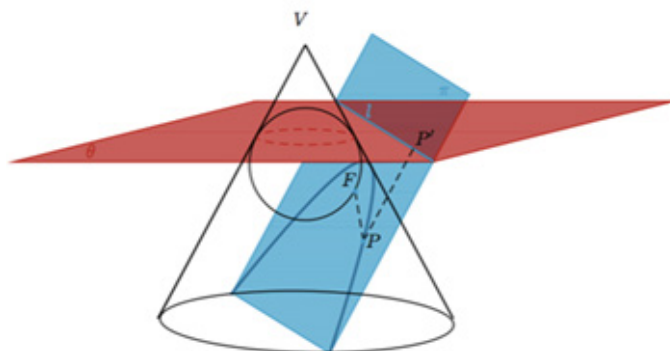
Figura 4 – esfera de Dandelin intersectando o plano de corte.



Fonte: arquivos dos autores.

Seja uma esfera de Dandelin inscrita no cone e tangente ao plano π no ponto F . Seja também o plano θ ortogonal ao eixo do cone que contém a circunferência c de tangência da esfera com todas as geratrizes do cone. Os planos π e θ intersectam-se numa reta l como mostra a Figura 5:

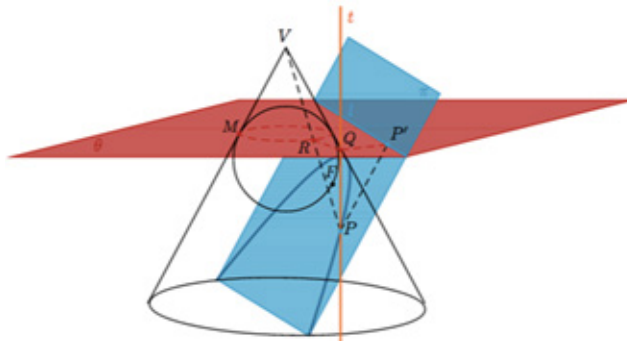
Figura 5 – Interseção entre os planos π e θ



Fonte: arquivos dos autores.

Seja M o ponto de interseção da circunferência com a geratriz do cone paralela ao plano π . Seja P um ponto qualquer da cônica e o pé da perpendicular à reta passando por . Seja a interseção da circunferência c com a geratriz que contém e a reta paralela ao eixo do cone que passa pelo ponto intersectando o plano em .

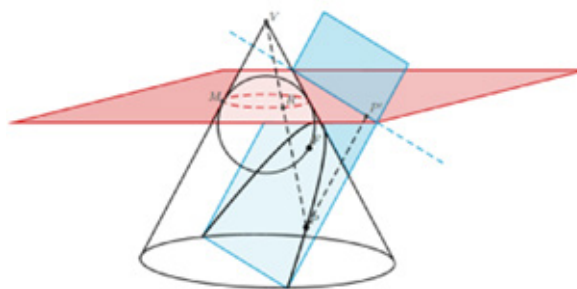
Figura 6 – Movimentações do ponto em torno da curva



Fonte: arquivos dos autores.

Pela propriedade das tangentes às circunferências, temos: $(P,R) = d(P,F)$

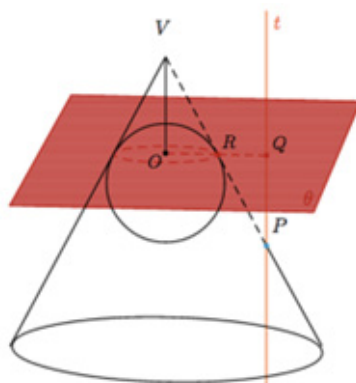
Figura 7 – Equidistâncias entre o ponto com respeito a e a directriz



Fonte: arquivos dos autores.

Seja o ponto de interseção entre o eixo e o plano θ . Comparando o triângulo $\triangle VOR$ com o triângulo $\triangle PRQ$, tem-se que: o ângulo RPQ é congruente ao ângulo RVO entre o eixo e a geratriz, (alternos congruentes) pelo teorema das paralelas. E o ângulo VOM é congruente ao ângulo PQR , ambos são retângulos, como em dois triângulos dois ângulos congruentes subtendem um terceiro congruente, então, o ângulo PRQ é congruente ao ângulo VRO . Logo, pelo critério AA (ângulo-ângulo), os triângulos $\triangle VOR$ e $\triangle PRQ$ são semelhantes.

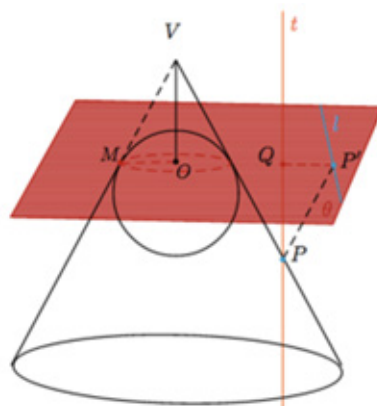
Figura 8 – Comparando triângulos (1)



Fonte: arquivos dos autores.

Por outro lado, comparando os triângulos $\triangle VOM$ e $\triangle PQP'$, temos: O ângulo QPP' é congruente ao ângulo OVM entre o eixo e o plano de seção do cone e o ângulo PQP' é congruente ao ângulo VOM , ambos são retângulos, de modo análogo o ângulo VMO é congruente ao ângulo $PP'Q$, logo os triângulos $\triangle VOM$ e $\triangle PQP'$ são semelhantes.

Figura 9 – Comparando triângulos (2)



Fonte: arquivos dos autores.

Dessa representação, Figura9, o triângulo $\triangle PRQ$ é congruente ao triângulo $\triangle PQP'$, pois, além de terem um lado em comum, os ângulos $PP'Q$ e QPR são congruentes porque são bissectados pela reta t e os ângulos PQR e PQP' são congruentes, haja vista que ambos são retângulos e consequentemente os ângulos PRQ e $PP'Q$ também são congruentes. Logo:

$$d(P,R) = d(P,P')$$

e como P' é o pé da perpendicular de P sobre a reta l , temos: $d(P,R) = d(P,l)$, e como $d(P,R) = d(P,F)$, temos:

$$d(P,F) = d(P,l).$$

O resultado obtido corrobora a definição da parábola como um lugar geométrico, caracterizado pelo fato de que cada ponto pertencente à curva mantém distâncias equidistantes em relação a um ponto fixo, denominado foco, e a uma reta fixa, conhecida como diretriz. A partir das discussões realizadas, os futuros professores compreenderam que essa propriedade estabelece não apenas uma conexão essencial entre a Geometria Sintética e a Geometria Analítica, mas também contribui significativamente para a produção de significado matemático, ao articular a materialidade geométrica da parábola com sua representação algébrica.

Trata-se de um discurso matemático de natureza multimodal, no qual se articulam/e integram imagens, linguagem verbal (oral e escrita) e simbolismo matemático na produção de conhecimento (Carvalho, 2023; O'Halloran, 2015), resultante de um experimento multisensorial que integra visualização, mobilização do artefato-cone e linguagem matemática. O resultado obtido constitui, portanto, a base para a abordagem algébrica da parábola, possibilitando a determinação de suas equações. Dessa forma, a partir da igualdade estabelecida, é possível obter as equações da parábola da seguinte maneira:

Sejam l a reta fixa e F o ponto fixo, consideremos um ponto $P = (x,y)$ pertencente à curva da parábola, e façamos a distância de P a l , tomada na perpendicular. Seja a a abscissa do vértice, assim, a reta l paralela ao eixo das ordenadas e perpendicular ao eixo das abscissas tem a seguinte equação:

$$l : x = x_v - a$$

É possível reescrever aquela igualdade da distância da seguinte forma:

$$d(P, l) = d(P, F)$$

Bem como, é possível recorrer à fórmula da distância entre dois pontos:

$$\sqrt{[x - (x_v - a)]^2 + (y - y_v)^2} = \sqrt{[x - (x_v + a)]^2 + (y - y_v)^2}$$

Observamos que a diretriz, por ser uma reta paralela ao eixo das ordenadas, a sua ordenada é qualquer. Logo, temos:

$$x - x_v + a = \sqrt{(x - x_v - a)^2 + (y - y_v)^2}.$$

Fazendo: e, tem-se: $X = x - x_v$ e $Y = y - y_v$

Elevando os dois membros ao quadrado, temos:

$$X + a = \sqrt{(X - a)^2 + (Y)^2}$$

Cortando os elementos simétricos, temos:

$$(X + a)^2 = X^2 + 2aX + a^2 + Y^2$$

Considerando as igualdades anteriores, temos:

$$(y - y_v)^2 = 4a(x - x_v)$$

Pela forma da equação, verificamos que o eixo de simetria da curva é paralelo ao eixo das abscissas. Nesse sentido, convém considerar os seguintes casos:

Se o foco estiver à esquerda da diretriz, a equação tem a seguinte forma:

$$y^2 = -4aX \text{ ou } (y - y_v)^2 = -4a(x - x_v)$$

Em que: $V = (x_v, y_v)$, $F = (x_v + a, y_v)$, e $l : x = x_v - a$

e o eixo de simetria é $y = y_v$.

Se o foco estiver sobre o eixo das ordenadas, a forma da equação seria:

$$X^2 = \mp 4aY \text{ ou } (x - x_v)^2 = 4a(y - y_v)$$

Em que: $V = (x_v, y_v)$, $F = (x_v, y_v + a)$ e $LL' : y = y_v - a$ e o eixo de simetria é $x = x_v$.

Este estudo possibilitou a compreensão de que a articulação entre a Geometria Sintética e a Geometria Analítica promove um aprofundamento qualitativo no conhecimento sobre as cônicas, ao permitir sua análise tanto em sua materialidade geométrica quanto em sua representação algébrica. Sob a perspectiva da semiótica multimodal, essa abordagem favorece a produção de significado matemático por meio da interação entre diferentes registros de representação, integrando elementos visuais, simbólicos e discursivos. Dessa forma, a inter-relação entre essas dimensões amplia a compreensão das cônicas, consolidando a conexão entre seus aspectos geométricos e algébricos. Assim, a semiótica multimodal mobilizada na atividade contribuiu para uma tomada de consciência coletiva de relações geométricas subjacentes à problemática inicialmente proposta.

Em suma, a atividade experimental apresentada, é para os autores do estudo, considerada uma *experiência cotidiana* porque envolve a manipulação de objetos e a interação coletiva, elementos centrais na Teoria da Objetivação. No ponto de vista de Radford (2021), a aprendizagem matemática ocorre na interseção entre cognição e cultura, sendo mediada por práticas sociais e artefatos materiais. O experimento com o corte do cone de isopor exemplifica essa perspectiva, pois os licenciandos constroem significados matemáticos a partir de gestos, visualizações, linguagem verbal e escrita, em um processo que reflete a

maneira como conceitos matemáticos emergem na vida cotidiana por meio da interação sensorial e coletiva.

| ANÁLISE DA ATIVIDADE

Essa atividade trata-se de um experimento que retrata um discurso matemático de natureza multimodal, no qual se articulam imagens, linguagem natural, simbolismo matemático e gestos semióticos na produção de conhecimento, resultante de um experimento multisensorial que integra visualização, mobilização do artefato-cone e linguagem matemática. Assim, a Matemática não é apenas um conjunto de símbolos abstratos, mas um discurso semiótico que emerge por meio de múltiplos recursos e modalidades sensoriais.

Essa perspectiva está em sintonia com a TO de Radford, que enfatiza a natureza semiótica e socialmente mediada do conhecimento matemático. De acordo com Radford (2017), a aprendizagem matemática não se reduz à manipulação de símbolos, mas ocorre na interação entre sujeitos, signos e artefatos, envolvendo processos perceptuais, gestuais e discursivos. O experimento multissensorial mencionado ilustra esse princípio ao evidenciar como diferentes modalidades sensoriais contribuem para a tomada de consciência matemática.

Além disso, essa visão se alinha a outros estudos sobre semiótica multimodal no ensino de Matemática, como os de O'Halloran (2005) e Carvalho (2023). Esses autores exploram como a matemática se constrói por meio da articulação de diferentes recursos semióticos em modalidades sensoriais, reforçando a ideia de que a aprendizagem matemática ocorre em um ambiente multimodal e interativo. Carvalho e Borba (2025), ao analisarem a produção de vídeos digitais no ensino de Matemática, destacam como os discursos multimodais, compostos por imagens, textos e simbolismo matemático, promovem a construção de significados híbridos e ampliam a compreensão conceitual. Essa abordagem ressoa com a concepção de Radford (2017) sobre a objetivação do conhecimento matemático como um processo semiótico e experiencial.

Dessa forma, a abordagem aqui apresentada encontra respaldo tanto na TO quanto em investigações contemporâneas sobre o papel da multimodalidade na Educação Matemática. Ao integrar diferentes formas de representação, os processos de aprendizagem matemática se tornam mais dinâmicos, sensoriais e conectados às experiências dos aprendizes, permitindo que a matemática seja percebida não apenas como um conjunto de símbolos, mas como uma linguagem viva e em constante transformação.

A atividade em análise desenvolveu a compreensão da parábola a partir de sua materialidade geométrica e algébrica, recorrendo a uma abordagem empírica e experimental. Fundamentada na Teoria da Objetivação, conforme delineado por Radford (2021), essa investigação emerge de uma perspectiva que valoriza a interação coletiva e a produção his-

tórico-cultural do conhecimento matemático. A metodologia utilizada reflete o enfoque investigativo docente, em consonância com a prática educativa proposta por Freire (1979a), na qual a aprendizagem se configura como um processo dialético de produção conceitual pautado em experiências cotidianas.

Ao realizar cortes em um cone de isopor e observar as formas resultantes, os futuros professores foram incentivados a estabelecer conexões entre a Geometria Sintética e a Geometria Analítica, rompendo com uma abordagem mecanicista do ensino de cônicas. O relato da atividade indica que os alunos inicialmente encontraram dificuldades em reconhecer a materialidade geométrica da parábola, o que reforça a hipótese de que a abordagem tradicional, centrada na memorização de fórmulas, limita a compreensão conceitual profunda (Cassela; de Nascimento, 2020). Essas dificuldades foram superadas progressivamente por meio da interação com diferentes representações semióticas, como gestos, linguagem verbal, registros gráficos e manipulação de artefatos, reforçando a multimodalidade no aprendizado matemático.

A experimentação envolveu etapas em que os formandos se apropriaram gradualmente dos conceitos matemáticos. A experiência sensorial dos professores em formação — ao pintar, traçar, girar e cortar o cone — pode ser interpretada, sob a ótica de O'Halloran (2015), como uma construção discursiva multimodal que integra ações espaciais, registros gráficos e linguagem simbólica numa narrativa matemática performativa.

Inicialmente, os participantes questionaram a própria identificação da curva obtida. Como evidenciado na atividade experimental, um estudante expressou a necessidade de validar empiricamente se o contorno da seção gerada correspondia, de fato, a uma parábola. Esse questionamento desencadeou a mobilização de múltiplos registros semióticos, incluindo a pintura da superfície plana resultante do corte, a impressão dessa marcação em papel e a plotagem do gráfico correspondente. Esse processo ilustra a importância da coordenação entre diferentes formas de representação na construção do conhecimento matemático, um dos princípios fundamentais da TO (Radford, 2021).

Outro momento crucial da atividade experimental ocorreu quando os formandos foram desafiados a justificar geometricamente a definição da parábola como um lugar geométrico. Ao longo da análise, foi possível perceber que, apesar de dominarem a definição algébrica da parábola, muitos estudantes ainda tinham dificuldades em relacioná-la com sua caracterização sintética.

A introdução do estudo das esferas de Dandelin desempenhou um papel essencial nesse processo, permitindo que os participantes compreendessem a equidistância entre o foco e a diretriz da parábola. A integração do conceito de esferas de Dandelin ao experimento físico é outro aspecto relevante, pois reforça a conexão entre as definições geométricas e as propriedades algébricas da parábola. A utilização de argumentação geométrica para

demonstrar que a curva obtida satisfaz a condição de equidistância entre o foco e a diretriz representa um avanço na articulação entre diferentes domínios do conhecimento matemático (Boyer, 2003). A experiência didática proposta pode ser lida, à luz de O'Halloran (2015), como uma forma de textualização matemática que emerge da articulação entre recursos verbais, simbólicos e visuais, produzindo significados que vão além da linguagem formal. Esse avanço foi documentado na seção experimental e deve ser ressaltado na análise como um marco na produção do significado matemático do conceito.

A semiótica multimodal inerente à TO desempenhou um papel fundamental nesse contexto, pois permitiu que os futuros professores interagissem com diferentes sistemas de representação. No olhar de O'Halloran (2015), a abordagem semiótica multimodal proposta por Radford pode ser entendida como uma orquestração específica de recursos semióticos especializados — em que o gesto, o discurso, a linguagem simbólica e os artefatos colaboraram para constituir um discurso matemático coeso e significativo. A manipulação física do cone de isopor, a observação visual das curvas geradas, a representação gráfica dos contornos das seções cônicas e a formalização algébrica das propriedades da parábola evidenciam o princípio da objetivação do conhecimento. Assim, os formandos construíram significados matemáticos ao coordenar e integrar diferentes formas de representação semiótica.

Além disso, a atividade reforçou a importância da cooperação docente na formação de professores. O professor atuou como parte do processo, no qual, em forma de labor comum, incentivou a reflexão, promoveu discussões que permitiram criar, recriar e aprofundar a compreensão da parábola em um ambiente eivado de um forte sentido social (Radford, 2021). Esse papel interacionista é central na abordagem proposta por Vygotsky (2001), que evidencia a aprendizagem como um processo de internalização do conhecimento por meio da interação social.

A experiência também salientou a relevância da dimensão ética na aprendizagem matemática. Durante as interações, os professores em formação inicial demonstraram um forte senso de pertencimento e colaboração, o que reforça a ideia de que o conhecimento matemático não é produzido de forma isolada, diferentemente disso, caracteriza-se/institui-se como um fenômeno coletivo e sociocultural. Essa dinâmica relacional também evidenciou o valor formativo do pertencimento, do respeito mútuo e da colaboração, aspectos que, na Teoria da Objetivação, se conectam ao processo de subjetivação e à constituição identitária docente. Tais elementos podem ser compreendidos como expressão de uma dimensão ética da aprendizagem, entendida não em termos morais abstratos, mas como resultado das relações de alteridade e reciprocidade no contexto do ensino colaborativo. Esse aspecto fortalece a argumentação de que a Matemática deve ser compreendida não apenas como um conjunto de regras abstratas, mas como um saber enraizado na interação humana e na vivência comunitária.

O relato da atividade indica que os alunos inicialmente encontraram dificuldades em reconhecer a materialidade geométrica da parábola, o que reforça a hipótese de que a abordagem tradicional, centrada na memorização de fórmulas, limita a compreensão conceitual profunda (Cassela; de Nascimento, 2020). Essa constatação evidencia a necessidade de abordagens que integrem experiências concretas e multimodais para a construção do conhecimento matemático.

Além disso, a integração do conceito de esferas de Dandelin ao experimento físico é outro aspecto relevante, pois reforça a conexão entre as definições geométricas e as propriedades algébricas da parábola. A utilização de argumentação geométrica para demonstrar que a curva obtida satisfaz a condição de equidistância entre o foco e a diretriz representa um avanço na articulação entre diferentes domínios do conhecimento matemático (Boyer, 2003).

No decorrer da atividade, observamos que a experiência coletiva de produção de conhecimento, fundamentada na Teoria da Objetivação, promoveu não apenas a aprendizagem conceitual, mas também a emergência de comportamentos colaborativos e investigativos entre os participantes. Esses movimentos, mediados por signos, artefatos e interações sociais, podem ser interpretados como indícios do desenvolvimento de uma postura mais reflexiva, autônoma e criativa no ensino da Matemática. Embora tais dimensões não constituam o foco central da pesquisa, elas se manifestaram como efeitos do labor conjunto e da articulação multimodal, em consonância com os pressupostos da TO e com o caráter dialógico da formação docente.

Dessa forma, a análise da atividade experimental sugere que a abordagem investigativa e multimodal favorece a produção de significado matemático. O relato da atividade demonstra que os formandos passaram por um processo de ressignificação do conhecimento matemático, superando dificuldades iniciais e consolidando compreensões por meio da experimentação. Assim, compreendemos que a materialidade da Matemática não deve ser negligenciada no processo de ensino, pois é por meio da interação com o mundo físico e social que os conceitos matemáticos se tornam inteligíveis e culturalmente significativos (Freire, 1979b).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados desta pesquisa evidenciam que a experimentação geométrica, aliada à abordagem da semiótica multimodal, constitui um recurso metodológico eficaz na produção do significado matemático da parábola no contexto da formação de professores. Ao articular a Geometria Sintética e a Geometria Analítica por meio de uma experiência concreta e interativa, os futuros docentes puderam compreender a parábola não apenas como um objeto matemático abstrato, mas como um conceito dinâmico, historicamente construído e

sustentado por múltiplas representações — visual, tátil, verbal e simbólica — na produção de significado.

A análise do processo investigativo revelou que a manipulação física de objetos, combinada com registros gráficos e discussões coletivas, favorece a mediação pedagógica e potencializa a apropriação conceitual de maneira mais significativa. Sob a ótica da Teoria da Objetivação, constatamos que a aprendizagem matemática emerge da interação entre os sujeitos, das práticas discursivas e da materialidade dos signos matemáticos, consolidando-se na interseção entre cognição, cultura e linguagem. Nesse sentido, a experimentação proposta demonstrou não apenas a viabilidade da aplicação de experimentação matemática, mas também a necessidade de integrar múltiplos registros semióticos para favorecer um ensino mais acessível e inclusivo.

Ademais, este estudo evidenciou que o ensino da parábola, quando baseado em estratégias investigativas, promove o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia dos professores em formação. Essa compreensão se justifica na medida em que a expansão semântica promovida pela articulação multimodal dos recursos semióticos não apenas representa diferentes aspectos do conhecimento matemático — ela transforma os significados possíveis. E essa transformação implica agência, reinterpretação, construção ativa: ou seja, autonomia e criatividade em ação.

Nesse caso, ao invés de uma abordagem mecanicista centrada na memorização de fórmulas, a atividade permitiu a resignificação do conhecimento matemático por meio da exploração de propriedades geométricas e da formulação algébrica fundamentada numa experiência multimodal empírica. Esse resultado reforça a importância do labor conjunto no ensino e aprendizagem da Matemática, sobrelevando a relevância da interação dialógica e da produção coletiva do saber.

Por fim, reconhecemos que este estudo apresenta limitações, especialmente no que tange à necessidade de aprofundamento da análise sobre as dificuldades enfrentadas pelos formandos na transição entre a representação geométrica e a formulação algébrica da parábola. No entanto, essas limitações abrem possibilidades para investigações futuras, que poderão explorar, de maneira mais detalhada, as estratégias cognitivas utilizadas pelos professores em formação inicial e a ampliação da abordagem experimental para outros conceitos matemáticos. Conforme argumenta O'Halloran (2015), a matemática deve ser compreendida como um discurso multimodal, em que os significados emergem da coordenação entre diferentes sistemas semióticos. Essa perspectiva aprofunda a TO ao oferecer uma gramática semiótica da ação, permitindo interpretar a produção do saber matemático na formação de professores como um evento discursivo encarnado.

Diante do exposto, reafirmamos a relevância de metodologias que valorizem a experimentação, a interatividade e a semiótica multimodal na formação de professores, contribuindo para um ensino de Matemática mais reflexivo, significativo e culturalmente situado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOYER, C. B. 2003. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blucher.
- CARVALHO, G. S. 2024. *Festival de vídeos digitais e educação matemática crítica*. 2023. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista. Disponível em: <https://hdl.handle.net/11449/250946>. Acessado em 02/12/2024.
- CARVALHO, G. S; BORBA, M. C. 2025. Ideias matemáticas híbridas em vídeos digitais na promoção e na construção da consciência crítica. *Paradigma*, Maracay, v. 46, n. 1, p. e2025012. Disponível em: <https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1602>. Acessado em 12/02/2025.
- CASSELLA, E. A. D. 2018. *Ensino da Geometria Analítica no contexto cultural do Cuito-Bié*. 2018. Dissertação (Mestrado) – Universidade da Beira Interior, Portugal.
- CASSELLA, E.; DE NASCIMENTO, R. 2020. Estudo da circunferência à luz dos princípios axiomáticos de René Descartes: um olhar ao contexto de ensino-aprendizagem da Escola Superior Pedagógica do Bié (ESP-Bié). *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 15, p. 01-21.
- FREIRE, P. 1979^a. *Educação como prática da liberdade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- FREIRE, P. 1979^b. *Educação e mudança*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- FREIRE, P. 1996. *Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.
- KRESS, G. 2010. *Multimodality: A social semiotic approach to contemporary communication*. London: Routledge.
- O'HALLORAN, K. L. 2005. *Mathematical discourse: language, symbolism and visual images*. London: Continuum.
- O'HALLORAN, K. L. 2015. Mathematics as Multimodal Semiosis. In Davis and Davis. *Mathematics, Substance, and Surmise*, Berlin: Springer, 287-303.
- RADFORD, L. 2015. Methodological aspects of the Theory of Objectification. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 8, n. 18, p. 547-567.
- RADFORD, L. 2017. A teoria da Objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em Educação Matemática. In: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. *Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural: Um olhar sobre as pesquisas*. Campinas, SP: Mercado das Letras, p. 229-261.
- RADFORD, L. 2021. *Teorias da objetivação: uma perspectiva Vygotskiana sobre conhecer e vir*

a ser no ensino e aprendizagem da matemática. São Paulo: Livraria da Física.

ROJO, R. 2012. Escola e os multiletramentos: múltiplas línguas e culturas, múltiplas semioses e mídias. *Revista Brasileira de Linguística Aplicada*, v. 12, n. 2, p. 435-460. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbla/a/LgRWCyNyZ8nxPMFZPWJyqfM/>. Acessado em 23/04/2025.

ROMEIRO, I. de O.; MORETTI, V. D.; RADFORD, L. 2024. Da formação à pesquisa sobre professores que ensinam Matemática: contribuições da Teoria da Objetivação para a compreensão do desenvolvimento do pensamento algébrico. *Paradigma*, v. 45, n. 2, e2024002. Disponível em: <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024002.id1574>. Acessado em 14/02/2025.

SHULMAN, L. 1986. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, v. 15, n. 2, p. 4-44.

VERGEL, R.; ROJAS, P. J. G. 2018. Álgebra escolar y pensamiento *algebraico*: aportes para el trabajo en el aula. Bogotá: Editorial Universidad Distrital de Francisco José Caldas.

VYGOTSKY, L. S. 2001. *A construção do pensamento e da linguagem*. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes.

Apêndice - Información sobre el artículo

Historico editorial

Submetido: 24 de Enero de 2025.

Aprobado: 22 de Julio de 2025.

Publicado: 5 de Septiembre de 2025.

Como Citar — APA

Cassela, E. A. D., Carvalho, G. da S., & Cambuta, A. J. Y. (2025). A produção do significado matemático da parábola por meio da experimentação geométrica em contexto de formação de professores: um enfoque semiótico multimodal. *PARADIGMA, XLVI* (Edición Temática 1), e2025007. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025007.id1713>.

Como Citar — ABNT

CASSELLA, Ezequias Adolfo Domingas; CARVALHO, Geciara da Silva; CAMBUTA, Aristides Jaime Yandelela. A produção do significado matemático da parábola por meio da experimentação geométrica em contexto de formação de professores: um enfoque semiótico multimodal. *PARADIGMA*, Maracay, v. XLVI, Edición Temática 1, e2025007, Sep., 2025. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025007.id1713>.

Conflicto de intereses

Nada que declarar.

Declaración de disponibilidad de datos

Todos los datos han sido presentados/generados en este artículo.

Derechos autorales

Los derechos de autor pertenecen a los autores, que conceden a revista **Paradigma** los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por la publicación de sus artículos en esta revista. Los autores están autorizados a celebrar contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del artículo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y primera publicación en esta revista. Los editores de la revista **Paradigma** tienen derecho a realizar ajustes textuales y adecuación normativas en este artículo.

Acceso libre

Este artículo es de acceso abierto (**Open Access**) y sin gastos de envío ni de procesamiento del artículo (**Article Processing Charges - APCs**). El acceso abierto es un amplio movimiento internacional que pretende proporcionar acceso en línea libre y gratuito a la información académica, como publicaciones y datos. Una publicación se define como de acceso abierto cuando no existen barreras financieras, legales o técnicas para acceder a ella; en otras palabras, cuando cualquiera puede leerla, descargarla, copiarla, distribuirla, imprimirla, investigarla o utilizarla en la educación o de cualquier otra forma dentro de los acuerdos legales.



Licencia de uso

Este artículo es licenciado con **Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**. Esta licencia le permite compartir, copiar y redistribuir el artículo en cualquier medio o formato. La licencia no permite utilizar el material con fines comerciales ni adaptarlo, remezclarlo o transformarlo.



Comprobación de similitud

Este artículo fue sometido a una comprobación de similitud utilizando el software de detección de texto **iThenticate** de Turnitin, a través del servicio de **Similarity Check** de la Crossref. 

Proceso de evaluación

Revisión por pares a doble ciego (*Double blind peer review*).

Editor

Fredy E. González 

Editoras convidadas

Ettiène Cordeiro Guérios 

Edvonete Souza de Alencar 

Martha Cecilia Mosquera Urrutia 

Publisher

Este artículo ha sido publicado en la revista **Paradigma** vinculada al Centro de Investigaciones Educativas Paradigma (CIEP) del Departamento del Componente Docente de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (Núcleo Maracay). La revista **Paradigma** publica artículos de carácter técnico-científico, derivados de estudios e investigaciones que sirvan de apoyo al desarrollo del conocimiento educativo, propiciando el diálogo entre los diferentes campos de la educación. Las ideas expresadas en este artículo son de los autores y no representan necesariamente la opinión del consejo editorial o de la universidad. En Brasil, la revista Paradigma obtuvo la calificación **Qualis A1** en la **Evaluación CAPES (2017-2020)**.

