

TEORÍA DE ARCOS Y MÉTODO DE CROSS APLICADOS AL CÁLCULO DE ESTRUCTURAS.

TEORÍA DE ARCOS Y MÉTODO DE CROSS APLICADOS AL CÁLCULO DE ESTRUCTURAS.

Javier Pajon Permuy.

Cita:

Javier Pajon Permuy (1997). *TEORÍA DE ARCOS Y MÉTODO DE CROSS APLICADOS AL CÁLCULO DE ESTRUCTURAS*. TEORÍA DE ARCOS Y MÉTODO DE CROSS APLICADOS AL CÁLCULO DE ESTRUCTURAS.

Dirección estable: <https://www.aacademica.org/javier.pajon.permuy/7>

ARK: <https://n2t.net/ark:/13683/pvp3/wqT>



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons.
Para ver una copia de esta licencia, visite
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>.

Acta Académica es un proyecto académico sin fines de lucro enmarcado en la iniciativa de acceso abierto. Acta Académica fue creado para facilitar a investigadores de todo el mundo el compartir su producción académica. Para crear un perfil gratuitamente o acceder a otros trabajos visite: <https://www.aacademica.org>.

HORMIGÓN Y MATERIALES COMPUESTOS - BLOQUE III- CÁLCULO.

Pajón, Javier.

Cita: Pajón, Javier (2014). *HORMIGÓN Y MATERIALES COMPUESTOS - BLOQUE III- CÁLCULO*. LECCIÓN Y APUNTES DE CÁLCULO DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO.

Dirección estable: <https://www.aacademica.org/javier.pajon.permuy/7>



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons.

Para ver una copia de esta licencia, visite

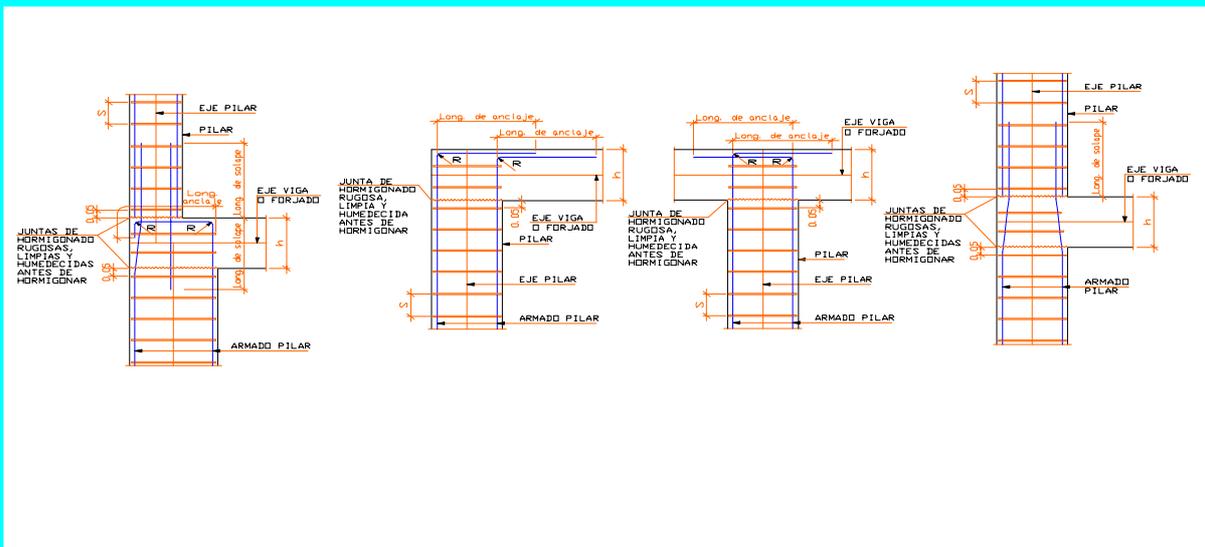
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>.

Acta Académica es un proyecto académico sin fines de lucro enmarcado en la iniciativa de acceso abierto. Acta Académica fue creado para facilitar a investigadores de todo el mundo el compartir su producción académica. Para crear un perfil gratuitamente o acceder a otros trabajos visite: <http://www.aacademica.org>.

HORMIGÓN Y MATERIALES COMPUESTOS

- BLOQUE III -

CÁLCULO



AUTOR: JAVIER PAJÓN PERMUY

CÁLCULO DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO

1. INTRODUCCIÓN. PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO.

Los procedimientos de cálculo son los siguientes:

- Método clásico. Basado en el diagrama rectilíneo, ya en desuso.
- **Métodos de cálculo en agotamiento.**
 - **Método basado en diagrama parábola-rectángulo.**
 - Método basado en diagrama
 - Método basado en diagrama rectangular tope.
 - Métodos basados en otros diagramas.
- Métodos basados en la teoría plástica.

2. CÁLCULO EN AGOTAMIENTO.

Una sección de hormigón armado puede alcanzar el estado límite de agotamiento formas diferentes:

- Exceso de deformación plástica del acero $\epsilon_s > 1\%$. Se admite que en piezas sometidas a flexión o compresión con pequeñas cuantías, el estado límite de agotamiento se origina como consecuencia de una deformación plástica excesiva de sus armaduras que se fija en el 1 %.
- Aplastamiento del hormigón en flexión $|\epsilon_c| > 0,35\%$. En piezas sometidas a flexión con cuantías medias o grandes, el estado límite de agotamiento se origina por fallo del hormigón por aplastamiento, con deformaciones de un 0,35%.
- Aplastamiento del hormigón en compresión simple $|\epsilon_c| > 0,2\%$. En piezas sometidas a compresión simple la rotura de la pieza se origina por aplastamiento del hormigón con deformaciones del 0,2%.

DE ACUERDO CON EL ARTÍCULO 42.1.3 DE LA EHE., EL TIPO DE SOLICITACIÓN A QUE ESTÁ SOMETIDA LA SECCIÓN, NOS CONDUCE A ADMITIR UNA SERIE DE DOMINIOS DE LA DEFORMACIÓN, QUE VEREMOS MAS ADELANTE.

Es conveniente recordar, que al no existir escalón de cedencia en los aceros laminados en frío, se toma como límite elástico la tensión que produce una deformación remanente del 0,2%.

En piezas sometidas a compresión simple se considera que la deformación de rotura del hormigón es del 0,2%, lo que limita la resistencia de cálculo para el acero. **El valor de la tensión en el acero correspondiente a dicha deformación, en el diagrama de tensión-deformación del acero es:** $\sigma_{s,max} = 0,002 \times 2,1 \times 10^6 = 4.200 \text{ Kg/cm}^2 = 410 \text{ N/mm}^2$. Por tanto en compresión simple se tomará $f_{yc,d} \leq 4.200 \text{ Kg/cm}^2 = 410 \text{ N/mm}^2$; no obstante, **cuando empleemos el método simplificado del momento tope**, sea cual sea el caso (flexión simple, flexión compuesta, compresión compuesta o compresión simple), se tomará $f_{yc,d} \leq 4.000 \text{ Kg/cm}^2 \cong 390 \text{ N/mm}^2$.

DIAGRAMA “TENSION-DEFORMACION” CARACTERÍSTICO Y DE CÁLCULO PARA EL ACERO LAMINADO EN FRIO.

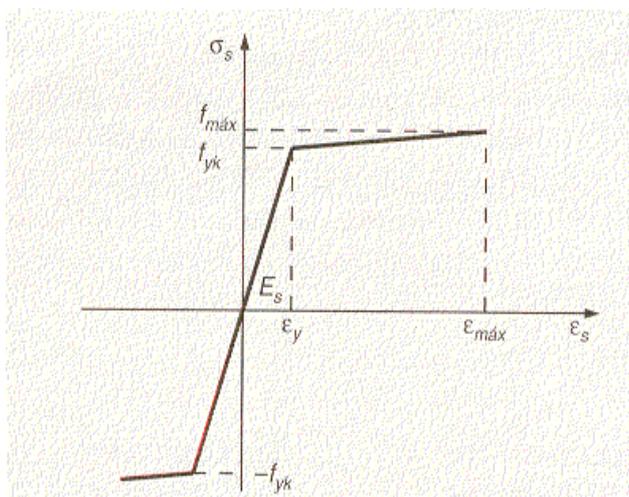


fig. (a)

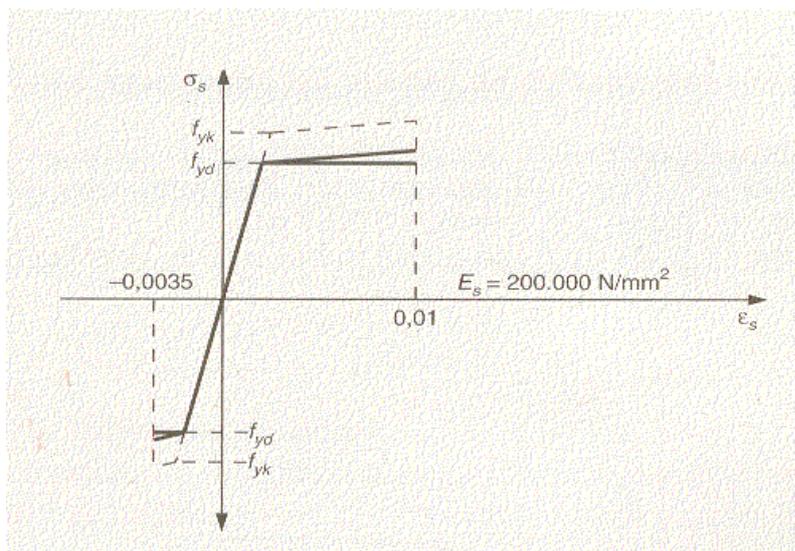


fig. (b)

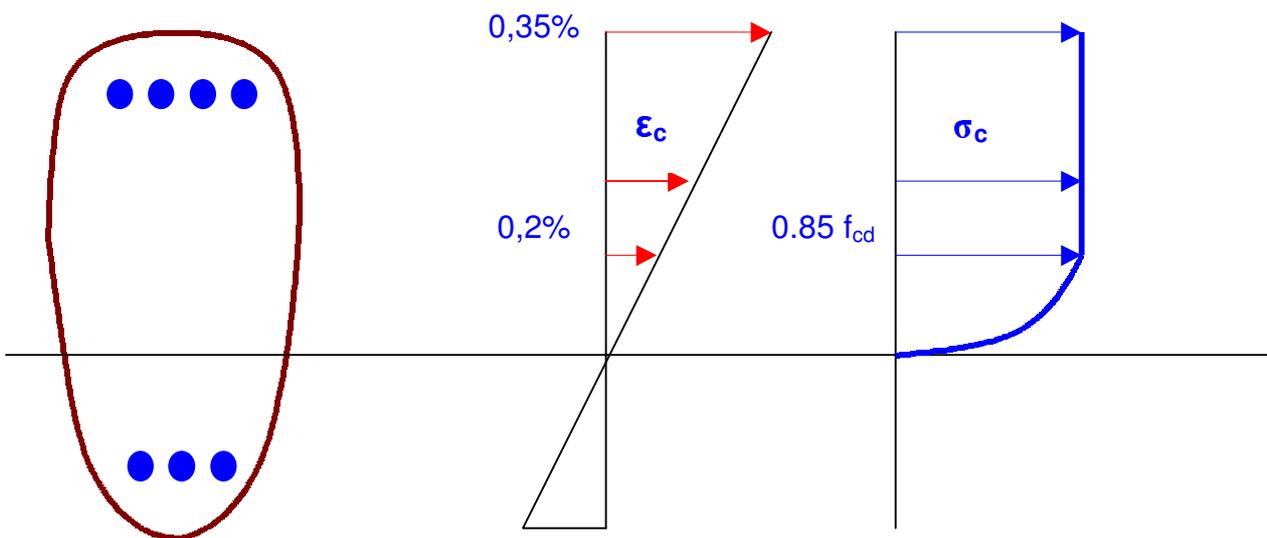
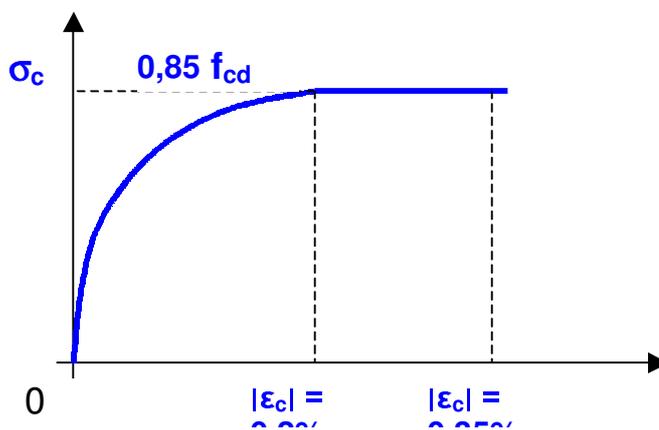
Diagramas “tensión-deformación” característico (a) y de cálculo (b), deducido en el segundo caso según la razón $1/\gamma_s$, donde γ_s es el coeficiente de minoración del acero para armaduras pasivas.

DIAGRAMA “TENSION-DEFORMACIÓN” CARACTERÍSTICO Y DE CÁLCULO PARA EL HORMIGÓN

El diagrama “tensión-deformación” del hormigón depende de muchas variables, nosotros adoptaremos el formado por una parábola de segundo grado que llega hasta alcanzar el valor de $|\epsilon_c| = 0,2\%$ (aplastamiento del hormigón en compresión simple) y a partir de ahí toma la forma de una recta horizontal hasta llegar al punto correspondiente a un alargamiento del $|\epsilon_c| > 0,35\%$ (aplastamiento del hormigón en flexión), llamado por tanto **DIAGRAMA PARÁBOLA-RECTÁNGULO**.

Existen otros más simples como el rectilíneo (empleado en el método clásico) y el rectangular, admitiendo la EHE otros diagramas de cálculo siempre que los resultados concuerden de manera satisfactoria con los obtenidos con el diagrama parábola-rectángulo y queden del lado de la seguridad.

La tensión máxima que se supone alcanza el hormigón es de $0,85 f_{cd}$ donde f_{cd} es la resistencia de cálculo del hormigón, de valor ($f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$).



3. DOMINIO DE LAS DEFORMACIONES

HIPÓTESIS BÁSICAS DE CÁLCULO QUE DAN LUGAR A LOS DIVERSOS PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO EN AGOTAMIENTO.

El cálculo de la capacidad resistente última de las secciones se efectuará según las hipótesis generales siguientes:

- a) El agotamiento se caracteriza por el valor de la deformación en determinadas fibras de la sección, definidas por los **dominios de deformación de agotamiento detallados en 42.1.3. de la EHE.**
- b) **Las deformaciones del hormigón siguen una ley plana.** Esta hipótesis es válida para piezas en las que la relación entre la distancia entre puntos de momento nulo y el canto total, es superior a 2.
- c) **Las deformaciones ε_s de las armaduras pasivas se mantienen iguales a las del hormigón que las envuelve.**

Las deformaciones totales de las armaduras activas adherentes deben considerar además de la deformación que se produce en la fibra correspondiente en de deformación de agotamiento (ε_o), la deformación producida por el pretensado y la deformación de descompresión según se define a continuación:

$$\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_{cp} + \varepsilon_{po}$$

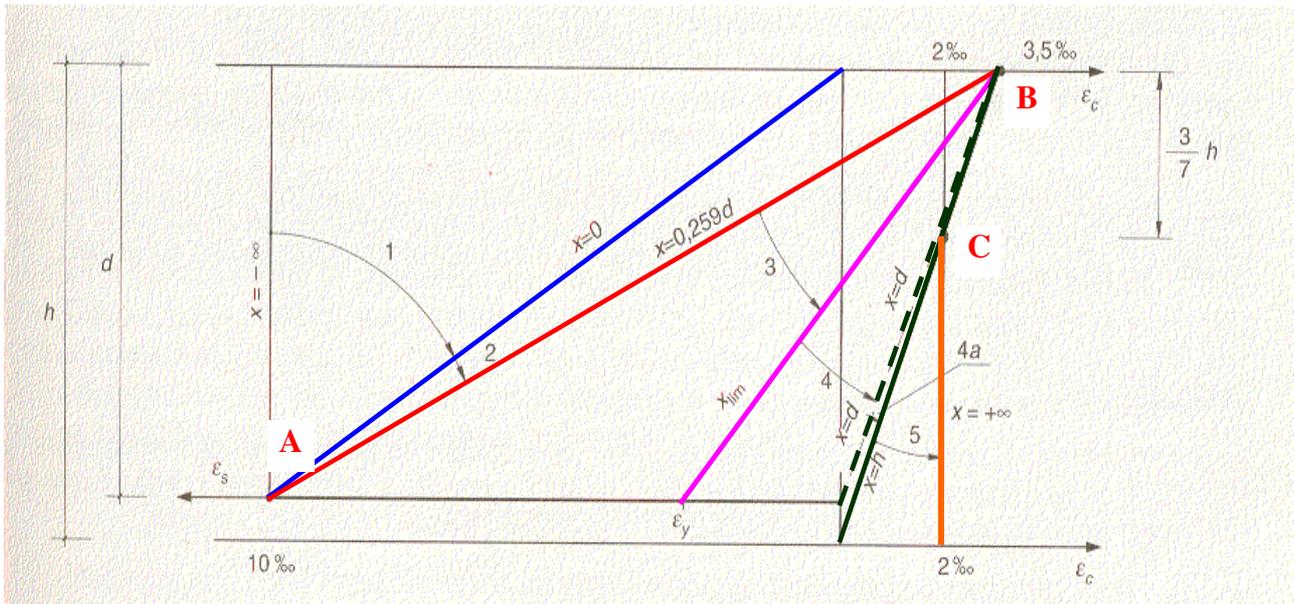
Donde: ε_{cp} Deformación de descompresión del hormigón a nivel de la fibra considerada.

ε_{po} Predeformación de la armadura activa debida a la acción de fase considerada, teniendo en cuenta las pérdidas que se hayan producido.

- d) El diagrama de cálculo tensión-deformación del hormigón es alguno de los que se definen en 39.5 de la EHE. **No se considerará la resistencia del hormigón a tracción.** El diagrama de cálculo tensión-deformación del acero de las armaduras pasivas, es el que se define en 38.4. El diagrama de cálculo tensión-deformación del acero de las armaduras activas, es el que se define en 38.7.
- e) **Se aplicarán a las resultantes de tensiones en la sección las ecuaciones generales de equilibrio de fuerzas y momentos.** De esta forma podrá calcularse la capacidad resistente última mediante la integración de las tensiones en el hormigón y en las armaduras activas y pasivas.

DOMINIOS

Las deformaciones límite de las secciones, según la naturaleza de la sollicitación, conducen a admitir los siguientes dominios (figura.):



Dominio 1:

Tracción simple o compuesta en donde toda la sección está en tracción. Las rectas de deformación giran alrededor del punto A correspondiente a un alargamiento del acero más traccionado del 10 por 1000.

Dominio 2:

Flexión simple o compuesta en donde el hormigón no alcanza la deformación de rotura por flexión (0,2%). Las rectas de deformación giran alrededor del punto A.

Dominio 3:

Flexión simple o compuesta en donde las rectas de deformación giran alrededor del punto B correspondiente a la deformación de rotura por flexión del hormigón $\epsilon_c = 3,5$ por 1.000 (0,35%). El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre el 10 por 1.000 y ϵ_y , siendo ϵ_y alargamiento correspondiente al límite elástico del acero.

Dominio 4:

Flexión simple o compuesta en donde las rectas de deformación giran alrededor del punto B. El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre ϵ_y y 0.

Dominio 4a:

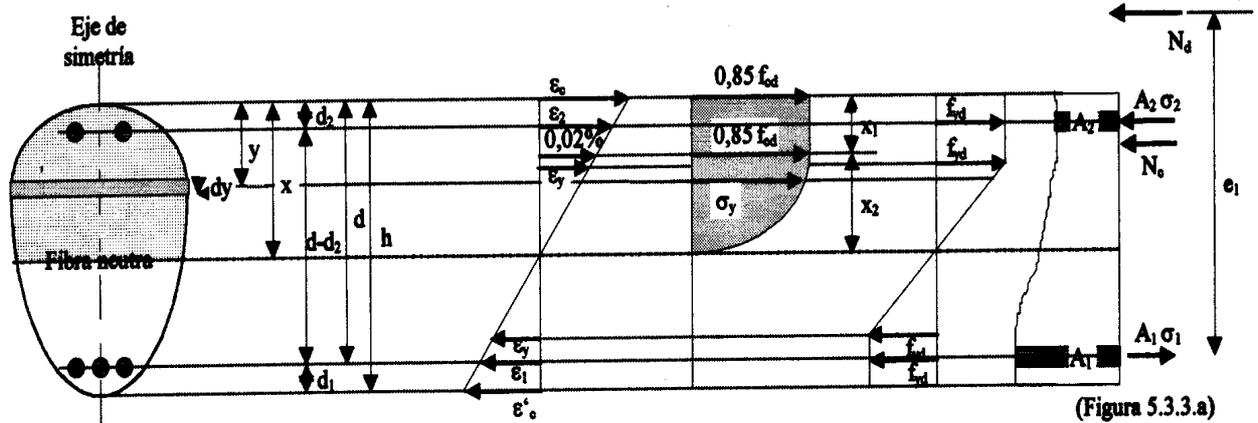
Flexión compuesta en donde todas las armaduras están comprimidas y existe una pequeña zona de hormigón en tracción. Las rectas de deformación giran alrededor del punto B.

Dominio 5:

Compresión simple o compuesta en donde ambos materiales trabajan a compresión. Las rectas de deformación giran alrededor del punto C definido por la recta correspondiente a la deformación de rotura del hormigón por compresión, $\epsilon_{cu} = 2$ por 1.000.

4. ECUACIONES GENERALES DE EQUILIBRIO Y COMPATIBILIDAD.

Aunque un estudio exhaustivo del problema nos llevaría a analizar cualquier sección sometida a esfuerzos normales y tangenciales, con una colocación arbitraria de las armaduras; **nos vamos a referir únicamente a secciones del tipo de la figura, es decir secciones que presentan un eje de simetría, sometidas a sollicitaciones normales que actúan en el eje de simetría.**



En estas condiciones, la sección sometida a tracción simple o compuesta, quedará en general definida por las siguientes ecuaciones de **equilibrio** y **compatibilidad**, en las que $M_d = N_d e_1$ y los signos están implícitos:

$\Sigma F = 0 :$

$\Sigma M = 0 :$

$$\int_0^x b_y \sigma_y dy + A_2 \sigma_2 + A_1 \sigma_1 = N_d$$

$$\int_0^x b_y \sigma_y (d - y) dy + A_2 \sigma_2 (d + d_2) = N_d e_1$$

Ec. Compatibilidad de movimientos y deformaciones:

$$\frac{\epsilon_y}{x - y} = \frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_2}{x - d_2} = \frac{\epsilon_1}{d - x} = \frac{\epsilon_c}{h - x} ; \text{ teniendo en cuenta: } \epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

En los dominios 4a y 5, tomaremos momentos con respecto a la armadura A_2 , por otra parte recordemos que en compresión simple, al agotarse el hormigón para $\epsilon = 0,2\%$, implicaba que:

$$\sigma_2 \leq \begin{cases} f_y \\ \sigma_1 \leq 4.200 \text{ Kg/cm}^2 \cong 410 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$

Por tanto solo alcanzaríamos el valor f_{yk} / γ_s para acero B 400 S, no para el B 500 S. En la figura hemos llamado N_c al volumen del paquete de tensiones del hormigón que no debe confundirse con la capacidad mecánica del hormigón:

$$U_c = f_{cd} A_c ; \quad U_{ct} = f_{cd} A_{c, \text{total}} , \text{ sin embargo: } N_c = \int_0^x b_y \sigma_y dy$$

5. CÁLCULO EN AGOTAMIENTO MEDIANTE EL DIAGRAMA PARÁBOLA-RECTÁNGULO PARA ACEROS DE NATURALEZA NATURAL.

Este procedimiento tiene la ventaja de proporcionar gran exactitud; ya que el diagrama con el que trabajamos es prácticamente el real, su grave inconveniente es lo complicado que resulta obtener fórmulas, sobre todo cuando la sección no es rectangular, ya que resultan ecuaciones largas y complicadas. Al igual que con los demás procedimientos de cálculo en rotura, **trabajaremos con acciones mayoradas o de cálculo y resistencias minoradas**, es decir:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}; N_d = N \gamma_f; M_d = M \gamma_f$$

Los valores de γ_s , γ_c , γ_f , son los indicados en el capítulo III de la EHE.

5.1. APLICACIÓN AL CASO DE SECCIONES RECTANGULARES.

Los casos que pueden presentarse son:

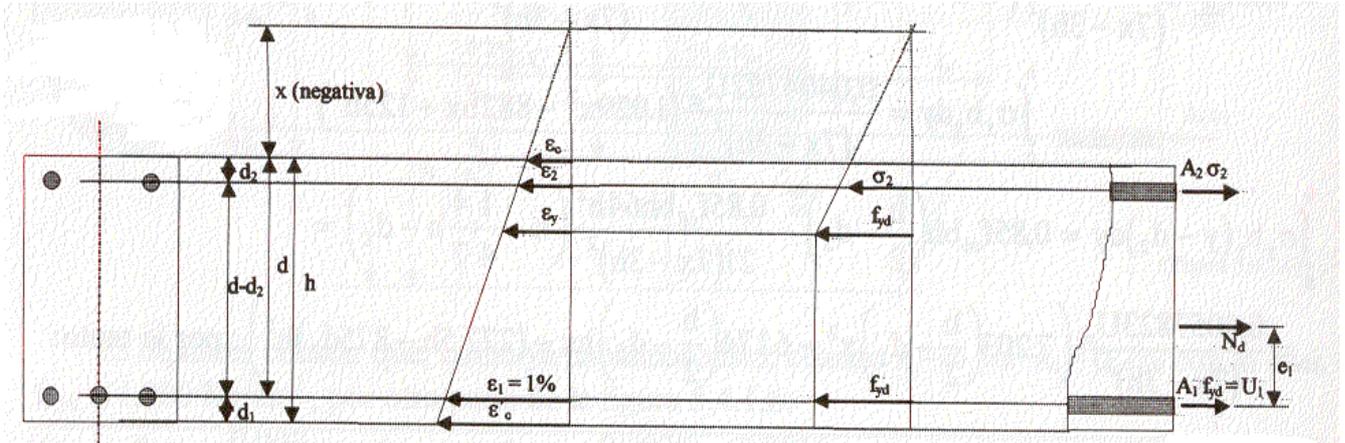
- Tracción simple o compuesta (dominio 1).
- Flexión simple (dominios 2, 3 y 4).
- Flexión compuesta (dominios 2, 3, 4 y 4a).
- Compresión simple o compuesta (dominio 5).

No obstante lo anterior, los dominios 4a y 5 los reuniremos dentro de compresión con pequeñas excentricidades.

Veamos a continuación la resolución de cada caso:

- TRACCIÓN SIMPLE O COMPUESTA.**

Aunque teóricamente el acero podrá alcanzar las tensiones correspondientes a su máxima deformación, sin embargo no conviene pasar de f_{yd} .



Las ecuaciones que resuelven el problema serán:

$$U_1 + A_2\sigma_2 = N_d$$

$$A_2\sigma_2(d - d_2) = N_d e_1$$

$$\sigma_2 = 21.000 \frac{x - d_2}{x - d} \text{ Kg/cm}^2 \leq f_{yd}$$

Hemos puesto x con su signo, si hubiésemos tomado valores absolutos hubiese dado:

$$\sigma_2 = 21.000 \frac{x + d_2}{x + d} \text{ Kg/cm}^2 \leq f_{yd}$$

Si queremos el máximo aprovechamiento, hacemos $\sigma_2 = f_{yd}$, con lo que:

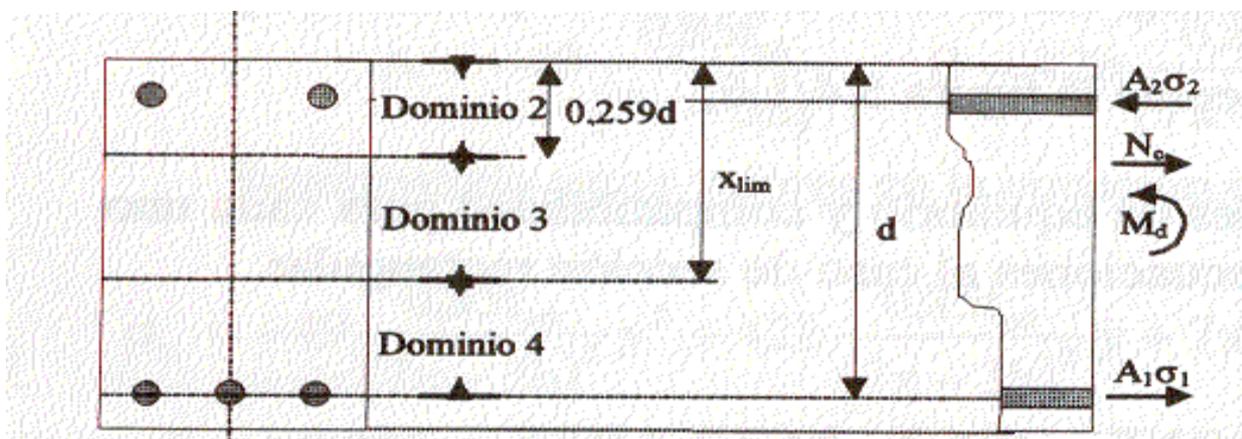
$$U_2 = \frac{N_d e_1}{d - d_2} y \quad U_1 + U_2 = N_d$$

- **FLEXIÓN SIMPLE.**

Para resolver el problema, basta con hacer (en los dominios 2,3 y 4): $N_d=0$ y $N_d e_1 = M_d$. Una vez visto esto, vamos a tratar de obtener un cuadro resumen con toda la formulación que vamos a obtener, de tal forma que comparando el momento de cálculo con el que puede resistir la sección sin armadura de compresión obtenemos los diferentes casos que pueden presentarse.

Es esta la forma más lógica de plantear el problema ya que evita comprobaciones a posteriori, además de saber de antemano en el dominio que nos movemos. En la figura se han esquematizado los casos de flexión simple, indicando límites de la profundidad de la fibra neutra.

La única dificultad que entraña el desarrollar el procedimiento, en la forma que lo vamos a hacer, es la resolución de los sistemas de ecuaciones que resultan, no obstante, esto se ve compensado en la práctica del cálculo de secciones, ya que al darnos resueltas las ecuaciones, el procedimiento se reduce a una simple aplicación de fórmulas.



La obtención de ábacos a partir de estas fórmulas consiste simplemente en ir dando valores a las variables sin necesidad de complicadas aplicaciones de cálculo mediante ordenador. Por otra parte, casi se tarda más en buscar en los ábacos, que en obtener los valores mediante las fórmulas, siendo de esta manera los resultados as exactos.

Veamos que sucede en cada dominio o subdominio.

DOMINIO 2

- $0 < x < 0.16d$

Las ecuaciones que resuelven el problema en sección rectangular son:

$$\left. \begin{aligned} \frac{21.25U_c x^2}{d(x-d)^2} (0.2d - 0.53x) - U_1 &= 0 \\ \frac{21.25U_c x^2}{d(x-d)^2} (0.15x^2 - 0.6dx + 0.2d^2) &= M_d \end{aligned} \right\} \text{ De donde deducimos } x \text{ y } U_1:$$

$$3.1875U_c x^4 - 12.75U_c dx^3 + (4.25U_c d - M_d)dx^2 + 2d^2 M_d x - d^3 M_d = 0$$

Obtenido x:

$$U_1 = \frac{21.25U_c x^2}{d(x-d)^2} (0.2d - 0.53x)$$

- $0.16d \leq x < 0.259d$.

Las ecuaciones que resuelven el problema en sección rectangular son:

$$\left. \begin{aligned} \frac{0.056U_c}{d} (16x - d) - U_2 - U_1 &= 0 \\ \frac{0.0085U_c}{d} (114dx - 57x^2 - 7d^2) + U_2 (d - d_2) &= M_d \end{aligned} \right\}$$

De donde deducimos x y U_1 en función del valor que tenga U_2 . Si no hay armadura de compresión basta con hacer $U_2 = 0$.

$$x = d \left[1 - \sqrt{0.8772 - \frac{M_d - U_2(d - d_2)}{0.484U_c d}} \right]$$

$$U_1 = 0.056U_c \left[15 - 16 \sqrt{0.8772 - \frac{M_d - U_2(d - d_2)}{0.484U_c d}} \right]$$

Si no hay compresión, basta con hacer $U_2 = 0$, el valor del momento de agotamiento para $x = 0.16d$ es:

$$M_u = 0.08854U_c d + U_2(d - d_2).$$

DOMINIO 3

Antes de deducir la formulación que resuelve el problema, recordaremos que:

-Aceros de dureza natural (barras).-

Acero B 400 S y $\gamma_s = 1.15 \dots x_{lim} = 0.673 d$

Acero B 500 S y $\gamma_s = 1.15 \dots x_{lim} = 0.624 d$

-Aceros estirados en frío (alambres).-

Acero B 500 T y $\gamma_s = 1.15 \dots x_{lim} = 0.460 d$

Una vez visto lo anterior, pasemos a las ecuaciones que, en sección rectangular, resuelven el problema:

$$\left. \begin{aligned} 0.6881 \frac{U_c}{d} x + U_2 - U_1 &= 0 \\ 0.6881 \frac{U_c}{d} x(d - 0.416x) + U_2(d - d_2) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

De donde deducimos x y U_1 en función del valor que tenga U_2 . Si no hay armadura de compresión basta con hacer $U_2 = 0$.

$$x = d \left(1.2021 - \sqrt{1.445 - \frac{M_d - U_2(d - d_2)}{0.2862 U_c d}} \right)$$

$$U_1 = 0.6887 U_c \left(1.2021 - \sqrt{1.445 - \frac{M_d - U_2(d - d_2)}{0.2862 U_c d}} \right) + U_2$$

Si no hay armadura de compresión, basta con hacer $U_2 = 0$.

El valor del momento de agotamiento para $x = 0.259 d$ es : $M_u = 0.159 U_c d + U_2(d - d_2)$.

El valor del momento de agotamiento para $x = x_{lim}$ es:

-Aceros de dureza natural.-

Acero B 400 S y $\gamma_s = 1.15 \dots x_{lim} = 0.673 d \dots M_u = 0.333 U_c d + U_2(d - d_2)$.

Acero B 500 S y $\gamma_s = 1.15 \dots x_{lim} = 0.624 d \dots M_u = 0.318 U_c d + U_2(d - d_2)$.

DOMINIO 4

Recordamos que este dominio comprende el intervalo : $x_{lim} < x \leq d$.

Pasamos a las ecuaciones que, en sección rectangular, resuelven el problema:

$$0.6881 \frac{U_c}{d} x - 7350 \frac{d-x}{x} (Kg/cm^2) A_1 + U_2 = 0$$

$$0.6881 \frac{U_c}{d} x (d - 0.416x) + U_2 (d - d_2) = M_d$$

De donde deducimos x y A_1 en función del valor que tenga U_2 . Si no hay armadura de compresión basta con hacer $U_2 = 0$:

$$x = d \left(1.2021 - \sqrt{1.445 - \frac{M_d - U_2 (d - d_2)}{0.2862 U_c d}} \right)$$

Obtenido x :

$$\sigma_1 = 7350 \frac{d-x}{x} Kg/cm^2; A_1 = \frac{x}{7350(d-x)} \left(0.6881 \frac{U_c}{d} x + U_c \right) (cm)$$

$$\text{o bien } U_1 = \frac{x f_{yd} (Kg/cm^2)}{7350(d-x)} \left(0.6881 \frac{U_c}{d} x + U_2 \right) Kg.$$

Si no hay armadura de compresión, basta con hacer $U_2 = 0$. El momento de agotamiento para $x = d$ es :

$$M_u = 0.402 U_c d + U_2 (d - d_2).$$

Con todos estos valores correspondientes a los dominios 2, 3, y 4 confeccionaremos el cuadro-resumen para el cálculo en flexión simple que facilita enormemente los cálculos, ya que comparando M_d con M_{lim} y con M_u , sabremos el dominio en que estamos y la formulación a aplicar.

CUADRO-RESUMEN PARA EL CALCULO DE SECCIONES RECTANGULARES A FLEXION SIMPLE SEGÚN EL DIAGRAMA PARÁBOLA-RECTANGULO

Como hemos visto, podemos hacer trabajar a la sección en los dominios 2, 3 ó 4. Puede suceder que las dimensiones de la pieza nos vengan impuestas o que no.

Si las dimensiones de la pieza no vienen impuestas lo más conveniente será que la sección trabaje de tal forma que el momento de cálculo coincida con el momento límite ya que en estas condiciones tendremos el máximo aprovechamiento de los materiales. No obstante y debido, entre otras cosas, a que las dimensiones de las piezas tienden a hacerse múltiplos de 5 cm. a fin de lograr modularidad en los encofrados; será muy difícil que exactamente consigamos que $M_{lim} = M_d$, no obstante debemos procurar que se acerque lo más posible. En consecuencia si queremos dimensionar una viga de tal forma que con un ancho b tenga el menor canto posible tendremos que haciendo $M_{lim} = M_d$:

$$\text{Para acero B 400 S} \Rightarrow d_{min} = (M_d/0,333f_{cd}b)$$

$$\text{Para acero B 500 S} \Rightarrow d_{min} = (M_d/0,318f_{cd}b)$$

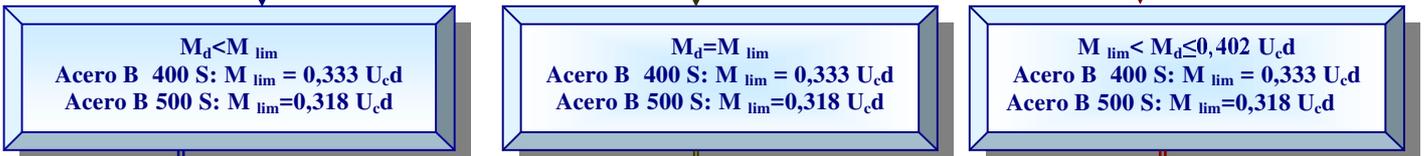
Cuando las dimensiones de la sección nos vienen impuestas, habrá que calcular las armaduras y nos convendrá, siempre que se pueda, trabajar dentro del dominio 3, ya que de esta forma los materiales están mejor aprovechados al ser: $\sigma_c = f_{cd}$, $\sigma_1 = f_{yd}$ y $\sigma_2 = f_{yd}$. **Si suponemos que los datos para calcular la viga son: dimensiones de la sección y M_d , puede suceder:**

- QUE NO EXISTA ARMADURA DE COMPRESIÓN, en consecuencia solo puede suceder:
 - $M_d < M_{lim}$.- En estas condiciones, el hormigón trabajará por debajo de sus posibilidades.
 - $M_d = M_{lim}$.- En este caso ideal, se produce el máximo aprovechamiento de los materiales.
 - **0,402 $U_c d \geq M_d > M_{lim}$** .- En estas condiciones el hormigón y la armadura A_2 trabaja al máximo de posibilidades pero sin embargo la armadura A_1 trabaja por debajo de las suyas. Cuanto mayor sea el valor de x menor será el de σ_1 y en consecuencia mayor será el valor de A_1 (dominio4).
- QUE EXISTA ARMADURA DE COMPRESIÓN, en consecuencia solo puede suceder:
 - $M_d < M_{lim} + U_2(d-d_2)$.- En estas condiciones, el hormigón trabajará por debajo de sus posibilidades.
 - $M_d = M_{lim} + U_2(d-d_2)$.- En este caso ideal, se produce el máximo aprovechamiento de los materiales.
 - **0,402 $U_c d + U_2(d-d_2) \geq M_d > M_{lim} + U_2(d-d_2)$** .- En estas condiciones el hormigón y la armadura A_2 trabaja al máximo de posibilidades pero sin embargo la armadura A_1 trabaja por debajo de las suyas. Cuanto mayor sea el valor de x menor será el de σ_1 y en consecuencia mayor será el valor de A_1 (dominio4).

Por los motivos expuestos en todo lo anterior, es por lo que en el cuadro-resumen aparece la nota: “poco económico, no se utiliza”, en el caso de trabajar en el dominio 4; el subdominio de $0 < x < 0,16d$ tampoco es recomendable. Los valores entre los que debe estar M_d para aplicar una u otra fórmula aparecen al lado de las mismas en el citado cuadro-resumen.

CUADROS RESUMEN PARA EL CALCULO EN FLEXION SIMPLE DE SECCIONES RECTANGULARES

SIN ARMADURAS DE COMPRESION



$M_d < M_{lim}$
 Acero B 400 S: $M_{lim} = 0,333 U_c d$
 Acero B 500 S: $M_{lim} = 0,318 U_c d$

$M_d = M_{lim}$
 Acero B 400 S: $M_{lim} = 0,333 U_c d$
 Acero B 500 S: $M_{lim} = 0,318 U_c d$

$M_{lim} < M_d \leq 0,402 U_c d$
 Acero B 400 S: $M_{lim} = 0,333 U_c d$
 Acero B 500 S: $M_{lim} = 0,318 U_c d$

$A_2 = 0$

$A_2 = 0$

$A_2 = 0$

Máximo aprovechamiento

Acero B 400 S: $M_{lim} = 0,333 U_c d$
 Acero B 500 S: $M_{lim} = 0,318 U_c d$

$$x = d \left(1,2021 - \sqrt{1,445 - \frac{M_d}{0,2862 U_c d}} \right)$$

$$U_1 = \frac{x^2 f_{yd} U_c}{10,682(d - x)d}$$

$M_{lim} < M_d \leq 0,402 U_c d$
 Poco económico.

Es mejor poner armadura en compresión
 $x_{lim} < x \leq d$

$0 < M_d < 0,885 U_c d$

$0 < x < 1,6d$

$$3,1875 U_c x^4 - 12,75 U_c d x^3 + (4,25 U_c d - M_d) dx^2 + 2d^2 M_d x - d^3 M_d$$

$$U_1 = \frac{21,25 U_c x^2}{d(x - d)^2} (0,2d - 0,53x)$$

$0,0885 U_c d \leq M_d < 0,159 U_c d$

$0,16d \leq x < 0,259d$

$$x = d \left(1 - \sqrt{0,8772 - \frac{M_d}{0,48445 U_c d}} \right)$$

$$U_1 = 0,056 U_c \left(15 - 16 \sqrt{0,8772 - \frac{M_d}{0,4845 U_c d}} \right)$$

$0,159 U_c d \leq M_d \leq M_{lim}$

$0,259d \leq x \leq x_{lim}$

$$x = d \left(1,2021 - \sqrt{1,445 - \frac{M_d}{0,2862 U_c d}} \right)$$

$$U_1 = 0,6881 U_c \left(1,2021 - \sqrt{1,445 - \frac{M_d}{0,2862 U_c d}} \right)$$

CON ARMADURAS DE COMPRESION

A₂ ≠ 0

ARMADURA A₂ CONOCIDA

ARMADURA A₂ DESCONOCIDA

$$U_2 < \frac{M_d - 0,402U_c d}{d - d_2}$$

$$\frac{M_d - M_{lim}}{d - d_2} > U_2 \geq M_d - \frac{0,402U_c d}{d - d_2}$$

$$U_2 \geq \frac{M_d - M_{lim}}{d - d_2}$$

$$U_2 = \frac{M_d - M_{lim}}{d - d_2}$$

Máximo aprovechamiento

$$U_2 \geq \frac{M_d}{d - d_2}$$

$$U_2 < \frac{M_d}{d - d_2}$$

**Acero B 400 S: U₁ = 0,463U_c + U₂
Acero B 500 S: U₁ = 0,429463U_c + U₂**

$$U_3 = \frac{M_d}{d - d_2}$$

$$x = d \left(1,2021 - \sqrt{1,445 - \frac{M_d - U_2(d - d_2)}{0,2862U_c d}} \right)$$

$$U_1 = \frac{x f_{yd}}{7,350(d - x)} \left(0,6881 \frac{U_c}{d} x + U_2 \right)$$

*M_{lim} + U₂(d - d₂) < M_d ≤ 0,402U_cd + U₂(d - d₂)
Poco económico, no se utiliza
Sale excesivo valor para A₁
X_{lim} < x ≤ d*

**0 < M_d < 0.885U_cd
0 < x < 1.6 d**

A₂ no trabaja

$$3,1875U_c x^4 - 12,75U_c d x^3 + (4,25U_c d - M_d) d x^3 + 2d^2 M_d x - d^3$$

$$U_1 = \frac{21,25U_c x^2}{d(x - d)^2} (0,2d - 0,53x)$$

0.0885U_cd + U₂(d - d₂) ≤ M_d ≤ < 0.159U_cd + U₂(d - d₂)

0.16d ≤ x < 0.259d

$$x = d \left(1 - \sqrt{0,8772 - \frac{M_d - U_2(d - d_2)}{0,48445 U_c d}} \right)$$

$$U_1 = 0,056 U_c \left(15 - 16 \sqrt{0,8772 - \frac{M_d - U_2(d - d_2)}{0,4845 U_c d}} \right) + U_2$$

0.159U_cd + U₂(d - d₂) ≤ M_d ≤ ≤ M_{lim} + U₂(d - d₂)

$$x = d \left(1,2021 - \sqrt{1,445 - \frac{M_d - U_2(d - d_2)}{0,2862 U_c d}} \right)$$

$$U_1 = 0,6881 U_c \left(1,2021 - \sqrt{1,445 - \frac{M_d - U_2(d - d_2)}{0,2862 U_c d}} \right) + U_2$$

En el cuadro resumen se debe entrar con: **M** en mxT ó en cm x Kg; **U_c** en T ó en Kg; **d** y **x** en m ó en cm. Los resultados los obtendremos en **T** ó en Kg y en m ó en cm.
1N = 0,102 Kg; 1 N/mm² = 10.2 Kg/cm²; 1 Kg = 9.8 N; 1 Kg/cm² = 0.098 N/mm² = 10T/m²

FLEXIÓN COMPUESTA.

Aunque el problema de flexión compuesta puede darse en los dominios: 2, 3 4 y 4a, consideraremos el dominio 4a aparte a efectos de cálculo. En consecuencia **estudiaremos el problema de flexión y compresión compuesta dividiéndolo en dos grandes grupos:**

- GRANDES EXCENTRICIDADES del esfuerzo normal N , corresponde a los dominios 2, 3 y 4.
- PEQUEÑAS EXCENTRICIDADES del esfuerzo normal N , corresponde a los dominios 4a y 5.

En este apartado trataremos únicamente de “grandes excentricidades”.

Para mayor facilidad en la resolución, aplicaremos el método de Ehlers que dice:

todo problema de flexión compuesta, puede reducirse a uno de flexión simple, sin más que tomar como momento, el que produce el esfuerzo normal con respecto a la armadura de tracción $M_d = N_d e_1$.

La capacidad mecánica de la armadura de tracción en flexión compuesta es: $U_1 = U_3 - N_d$, en la que hemos llamado U_3 a la armadura necesaria en flexión simple con un momento M_d .

Una vez realizados los cálculos puede suceder:

- $U_1 = U_3 - N_d < 0$.- Esto implica que estamos en los dominios 4a ó 5 por tanto se trata de pequeñas excentricidades.
- $U_1 = U_3 - N_d \geq 0$.- Esto implica que estamos en el dominio que hemos supuesto.

CUADRO RESUMEN: CALCULO DE SECCIONES RECTANGULARES A COMPRESIÓN CON DEBILES EXCENTRICIDADES, ARMADURA SIMÉTRICA. ACEROS DE DUREZA NATURAL

$$a. - N_d e_2 \leq 0.286 U_{ct} \frac{d}{h} (d - 2.40404 d_2)$$

Esto quiere decir que estamos en los dominios 2,3, ó 4, por tanto se trata de débiles excentricidades

$$b. - 0.286 U_{ct} \frac{d}{h} (d - 2.40404 d_2) < N_d e_2 < 0.85 U_{ct} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right)$$

Puede suceder:

$$b.1. - 0.286 U_{ct} \frac{d}{h} (d - 2.40404 d_2) < N_d e_2 < 0.286 U_{ct} (h - 2.40404 d_2)$$

$$x = h \left[1.2021 \frac{d}{h} + \sqrt{1.445 \frac{d_2^2}{h^2} + \frac{N_d e_2}{0.2862 U_{ct} h}} \right]; U_1 = U_2 = N_d - 0.6881 \frac{U_{ct}}{h} x. \text{Siendo: } f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

$$b.2. N_d e_2 = 0.286 U_{ct} (h - 2.40404 d_2)$$

$$U_1 = U_2 \geq \begin{cases} 0 \\ N_d - 0.6881 U_{ct} \text{ Siendo } f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \end{cases}$$

$$b.3. - 0.286 U_{ct} (h - 2.40404 d_2) < N_d e_2 < 0.85 U_{ct} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right)$$

$$x = \frac{h}{98K - h + 2d_2} \left[42K - 0.8571 \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) - \sqrt{\left(42K - 0.8571 \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) \right)^2 - 4 \left(49K - \frac{h}{2} + d_2 \right) \left(9K - 0.03853 h + 0.121477 d_2 \right)} \right]$$

$$\text{Siendo } K : K = \frac{N_d e_2}{41.65 U_{ct}}$$

$$U_1 = U_2 \geq \left\{ N_d - \frac{0.85 U_{ct}}{21(7x - 3h)^2} (1.029 x^2 - 882 hx + 125 h^2) \right\}$$

$$c. - N_d e_2 = 0.85 U_{ct} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right)$$

$$U_1 = U_2 \geq \left\{ N_d - 0.85 U_{ct} \right\}$$

$$f_{yc,d} \leq \frac{f_{yk}}{\gamma_s} . 4200 \text{ kg / cm}^2$$

$$d. - N_d e_2 > 0.85 U_{ct} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) -$$

$$U_1 = U_2 \geq \begin{cases} \frac{N_d e_2 - 0.85 U_{ct} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right)}{d - d_2} \\ \frac{N_d - 0.85 U_{ct}}{2} \end{cases}$$

$$f_{yc,d} \leq \frac{f_{yk}}{\gamma_s} . 4200 \text{ kg / cm}^2$$

Mejor aprovechamiento del hormigón

COMPROBACIÓN DE SECCIONES RECTANGULARES.(PERITAJES)

De lo que se trata ahora es de comprobar si una sección que nos dan es capaz de resistir unos determinados esfuerzos, por tanto los datos serán:

- Dimensiones de la pieza.
- Armadura
- Solicitaciones a que esta sometida.

Tracción simple o compuesta

Debera cumplirse: $U_2 \geq \frac{N_d e_1}{d - d_2}$ y $U_1 \geq \frac{N_d (d - d_2 - e_1)}{d - d_2}$

Flexión simple

En función del tipo de acero calculamos M_{lim} y el valor de $0.402 U_c d$, puede suceder lo siguiente:

▪ Que no exista armadura de compresión ($A_2=0$)

En este caso comparamos el valor de M_d con los de M_{lim} y $0.402 U_c d$, puede pasar lo siguiente

- $M_d < M_{lim}$.
- $M_d = M_{lim}$.
- $M_{lim} < M_d < 0.402 U_c d$

En función del caso en que nos encontramos, vamos al cuadro-resumen para cálculo a flexión simple sin armadura de compresión, y si el valor de A_1 que en realidad tiene la sección no es inferior al que hubiésemos obtenido por el cuadro-resumen la sección es válida, en caso contrario no.

▪ Que exista armadura de compresión ($A_2 \neq 0$)

En este caso comparamos el valor de U_2 con : $\frac{M_d - M_{lim}}{d - d_2}$ y con $\frac{M_d - 0.402 U_c d}{d - d_2}$; puede

sucedir lo siguiente:

- $U_2 \geq \frac{M_d - M_{lim}}{d - d_2}$
- $\frac{M_d - M_{lim}}{d - d_2} > U_2 \geq \frac{M_d - 0.402 U_c d}{d - d_2}$
- $U_2 < \frac{M_d - 0.402 U_c d}{d - d_2}$

En función del caso en que nos encontremos, vamos al cuadro-resumen para el cálculo a flexión simple con armadura de compresión, y si el valor de A_1 que en realidad tiene la sección no es inferior al que hubiésemos obtenido por el cuadro-resumen, la sección válida, caso contrario no.

Flexión compuesta

Comenzamos por calcular $N_d e_1 = M_d$, así como el valor de M_{lim} , puede suceder:

$$\bullet M_d \leq M_{lim}$$

Hallamos el valor de U_1 y comparamos este valor con el de la armadura dada.

Si es igual o mayor la armadura es válida, caso contrario no.

$$\bullet M_d > M_{lim}$$

Calculamos los valores de las armaduras y los comparamos con las armaduras dadas, si son iguales o mayores las armaduras son válidas, caso contrario no.

Si en cualquiera de los casos anteriores la armadura de tracción hubiese resultado negativo, quiere decir que procederemos como en el caso de compresión con débiles excentricidades.

Compresión con débiles excentricidades

Antes de nada procederemos a comprobar que nos encontramos en compresión con débiles excentricidades, es decir que $N_d e_2 > 0.286 U_{cd} \frac{d}{h} (d - 2.40404 d_2)$, si esto es así, calculamos A_1 como en el caso de armadura A_2 conocida, si la armadura calculada es igual o mayor que la dada, la sección es válida, caso contrario no.