Revista de la Sociedad Argentina de Estadística, vol. 10, 2012, pp. 21-43.

Estimación y pronósticos de la mortalidad de Argentina utilizando el modelo de Lee-Carter.

Lucía Andreozzi.

APLICACIÓN DEL MODELO DE LEE-CARTER PARA LA ESTIMACIÓN Y PRONÓSTICO DE LA MORTALIDAD DE ARGENTINA

LUCÍA ANDREOZZI[1]
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

RESUMEN

En el presente trabajo se aplica el modelo de Lee-Carter a las tasas de mortalidad específicas por edad, discriminadas por género, de la República Argentina. El periodo analizado abarca desde el año 1979 hasta el año 2006. A partir del análisis propuesto por Lee y Carter se obtiene un índice general de mortalidad para cada género, y los parámetros de forma y sensibilidad para nueve categorías de edad. Mediante modelos autorregresivos integrados promedio móvil (ARIMA) y modelo de espacio de estados (MEE) se pronostica el índice general para los años 2007 a 2011 para finalmente obtener a través del desarrollo de tablas de vida la esperanza de vida al nacer para años futuros.

PALABRAS CLAVES: Tasas de mortalidad, Modelo de Lee-Carter, Modelos ARIMA, Modelos de espacio de estados, Argentina, esperanza de vida.

I.- Introducción

Durante el siglo 20 la esperanza de vida aumento notoriamente: el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC-CELADE 1995) indica que la esperanza de vida al nacer para los argentinos aumentó de 48,5 años en 1914 a 73,8 años en 2001. Por otra parte, la tendencia en las tasas de mortalidad para muchos países industrializados es descendiente en los últimos años.

El intento de encontrar un modelo apropiado que represente la mortalidad tiene una larga historia en demografía y en las ciencias actuariales. Tradicionalmente se utiliza una curva paramétrica para ajustar las tasas anuales de mortalidad, como las propuestas por DeMoivre (1725), Gompertz (1825), y Weibull (1939).

[1] Correspondencia del autor: Callao 1358 2-7. 2000. Rosario.
lu_andreozzi@hotmail.com

Durante los últimos diez años, se han desarrollado un gran número de nuevos enfoques para pronosticar la mortalidad usando modelos estocásticos, tales como los introducidos por McNown y Rogers (1989, 1992), Bell y Monsell (1991), y Lee y Carter (1992). El modelo de Lee-Carter se ha convertido en uno de los más conocidos y es aplicado en muchos países para realizar pronósticos de las tasas de mortalidad específicas por edad. Este modelo es de cálculo sencillo, simple de aplicar y ha dado resultados satisfactorios para varios países.

Por otro lado el modelo de Lee-Carter y sus variantes han sido utilizadas por los actuarios para una amplia gama de propósitos. Intrínsecamente el modelo asume que la dinámica de las tasas de mortalidad a través del tiempo está manejada sólo por el parámetro del modelo que varía en el tiempo, llamado índice de mortalidad. El pronóstico de la mortalidad se basa en la extrapolación de dicho índice a través de la selección de un modelo de series de tiempo apropiado.

Generalmente se utilizan para pronosticar los modelos de Box-Jenkins comúnmente conocidos como procesos autorregresivos integrados promedio móvil, ARIMA, (Box y Jenkins 1976). Para aplicar una metodología de pronóstico alternativa, Lee y Carter (1996) desarrollan modelos estructurales de series de tiempo o también llamados Modelos de Espacio de Estados (MEE) (Harvey 1989) que difieren principalmente de sus análogos ARIMA en el hecho de que introducen parámetros que varían en el tiempo en sus ecuaciones de estimación. Al utilizar ambas metodologías, Lee y Carter comparan los MEE con sus contrapartes ARIMA.

En la Argentina, a nivel oficial, el INDEC realiza pronósticos de la mortalidad aplicando el Método de las Componentes (Naciones Unidas 1956) los cuales se utilizan en la elaboración de proyecciones de la población por sexo y grupos quinquenales de edad a partir de una población base. El método consiste en proyectar en forma independiente las variables determinantes de la dinámica poblacional: mortalidad, fecundidad y migración.

Este estudio presenta un método alternativo al que utiliza actualmente el INDEC, para proyectar la mortalidad: el modelo de Lee-Carter. Este modelo se ha implementado en numerosos países a lo largo del mundo. En el presente trabajo el modelo es aplicado a datos de la República Argentina. El principal objetivo es aplicar y estimar el modelo de Lee-Carter, sobre tasas de mortalidad específicas por edad, de Argentina, para obtener un índice general de mortalidad para hombres y otro para mujeres. A partir de dicho índice se realizan pronósticos mediante modelos de series de tiempo ARIMA (Box y Jenkins 1970) y MEE (Harvey 1989).

En la sección II se presentan los conceptos y métodos de estimación utilizados y la sección III comprende el análisis de los datos para Argentina. Finalmente las secciones IV y V presentan las conclusiones y la discusión respectivamente.

II.- Metodología

El modelo de Lee-Carter (1992), estima un índice general de mortalidad, denominado k, a partir de las tasas de mortalidad por grupos de edad. La estimación se realiza para varones, mujeres y total de la población. Para pronosticar cada uno de los índices se utilizan modelos de series de tiempo ARIMA y MEE. Los mismos son comparados tanto en su bondad de ajuste como en capacidad de predicción. A partir de los pronósticos del índice general de mortalidad, se obtienen las predicciones de las tasas de mortalidad y la esperanza de vida.

II.1 Conceptos demográficos

En esta sección se enuncian en forma abreviada algunos conceptos demográficos utilizados en este trabajo. En primer lugar se presenta un concepto básico que se necesita para el desarrollo del modelo de Lee-Carter:

Tasas específicas de mortalidad según edad

La tasa especifica de mortalidad según edad se define como el cociente entre el número de defunciones acaecidas en un grupo de edad específica de la población de un área geográfica dada durante un período determinado y el correspondiente valor de personas-tiempo en riesgo en ese grupo específico de edad del área geográfica y período bajo estudio. Sí las defunciones se obtienen a partir de Registros de Estadísticas Vitales, el denominador se estima a partir de los datos censales (Ortega 1987).

Esperanza de vida al nacer.

La esperanza de vida de determinada edad es una estimación del número promedio de años que le restaría vivir a una persona si las condiciones de la mortalidad actuales permaneciesen constantes. Se calcula tomando como base las tasas de mortalidad específicas por edad. La esperanza de vida al nacer se define como el número promedio de años que vivirían cada integrante de una cohorte hipotética de personas que permaneciese sujeta a la mortalidad imperante en la población en estudio desde su nacimiento hasta su extinción (Ortega 1987).

II.2 El modelo de Lee-Carter

El modelo de Lee-Carter, denotado como LC de aquí en adelante, es un modelo estadístico-demográfico que permite realizar proyecciones de las tasas de mortalidad (Lee y Carter 1992).

II.2.1 Definición del modelo

La premisa básica del modelo es que existe una relación lineal entre el logaritmo de las tasas específicas de mortalidad $m_{x,t}$ y dos factores explicativos: el intervalo de edad inicial x , y el tiempo, t. La ecuación que describe esto es

$$m_{x,t} = \exp(a_x + b_x k_t + e_{xt}) , \quad t=1,\ldots,n \quad x=1,\ldots,\omega \qquad (1)$$

o aplicando logaritmo

$$f_{x,t} = \ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + e_{xt} , \quad t=1,\ldots,n \quad x=1,\ldots, \omega \qquad (2)$$

donde,

$m_{x,t}$: tasa específica de mortalidad para el intervalo x y año t.

k_t: índice general de mortalidad en el año t.

a_x: mortalidad promedio por edad específica.

b_x: desviación en la mortalidad frente a cambios en el índice k_t

$e_{x,t}$: error aleatorio.

ω: inicio del último intervalo de edad.

Wang (2007)

II.2.2 Ajuste del modelo

La expresión (1), muestra que hay una ecuación para cada intervalo de edad y cada tiempo, en consecuencia se está en presencia de un sistema de ecuaciones simultáneas que se tiene que resolver para estimar los valores a_x, b_x y k_t que sean soluciones del sistema. Un conjunto de tasas de mortalidad, con r grupos de edad distintos y observados en n momentos distintos, define un sistema de ecuaciones con 2r+n incógnitas correspondientes a la suma de r valores de a_x, r de b_x, y n de k_t y r×n ecuaciones. Este sistema se puede escribir matricialmente como

$$M = A + b.k, \qquad (3)$$

donde M es una matriz de dimensión r×n en la que cada elemento $M_{i,j}$, corresponde al logaritmo natural de la tasa de mortalidad para el grupo de edad i en el año j.
A es una matriz de tamaño r×n en la que todos los elementos que corresponden a la misma categoría de edad son iguales, por ejemplo $a_{1j}=a_{2j}=\ldots=a_{rj}$ para el mismo año j. Mientras que b es un vector de dimensión r×1 y k es un vector 1×n:.

En principio, no existe solución única para este sistema. Para obtener una solución única, es necesario agregar las siguientes dos restricciones: $\sum_{x=1}^{\omega} b_x = 1$ y $\sum_{t=1}^{n} k_t = 0$. Al utilizar estas restricciones, los coeficientes a_x resultan ser un promedio aritmético simple sobre el tiempo, de los logaritmos de las tasas específicas, con lo cual los parámetros b_x y k_t se determinan de forma única. Por lo tanto, los coeficientes a_x se calculan mediante la siguiente expresión

$$a_x = \frac{\sum_{t=1}^{n} \ln\left(m_{x,t}\right)}{n}. \qquad (4)$$

Una vez determinados los valores de la matriz A, el sistema (3) se puede reescribir como

$$M^* = M - A = b\,.k. \qquad (5)$$

con las restricciones ya incluidas, este sistema cuenta con una solución única y sólo quedan por determinarse los vectores de los parámetros b y k. Se emplea el método de Descomposición en Valores Singulares (DVS) que proporciona un ajuste exacto de Mínimos Cuadrados (Good 1969).

La DVS descompone a M^* en el producto de dos matrices, el elemento (i, j) en esta matriz resulta ser la suma del producto del renglón i de B y del renglón j de K, esto es

$$m_{i,j} = \sum_{l=1}^{r} B_{i,l} K_{j,l}^{T}. \qquad (6)$$

Por lo tanto, la descomposición produce r términos que ajustan exactamente el elemento $m_{i,j}$, de la matriz M^*. Se aconseja descomponer M^* mediante un producto de los vectores b y k (Lee y Carter 1992). Al realizar la DVS sólo consideraron la aproximación de primer orden, es decir, M' se aproxima como

$$M' \approx B_1 K_1^{T}. \qquad (7)$$

Así quedan determinados $b_1 = B$ y $k_1 = K$, con lo cual se obtiene una primera estimación de los parámetros del modelo (González Pérez y Guerrero Guzmán 2007).

II.2.3 Correcciones al primer ajuste

En general, los valores obtenidos en la primera estimación del modelo no van a proporcionar un buen ajuste a los datos observados, por lo que se pueden producir desviaciones en las proyecciones, como lo señalan Lee y Carter (1992), y posteriormente Bell (1997). Es por ello que se propone realizar un segundo paso en la estimación de los parámetros. Este consiste en utilizar los valores a_x y b_x del primer paso, para buscar una nueva estimación de k, de tal manera que, para una distribución de población específica, se produzca exactamente el número observado de muertes totales para el año en cuestión. Se trata de encontrar los valores k_t tales que cumplan con la condición

$$D_t = \sum_{x=0}^{\omega} N_{x,t} \exp(a_x + b_x k_t + e_{x,t}) \,, \qquad (8)$$

donde D_t denota el número de muertes totales en el año t, $N_{x,t}$, es la población perteneciente al intervalo de edad x en el año t y ω es la edad de inicio del último grupo observado en la tabla de mortalidad (Lee y Carter 1992).

La segunda estimación del parámetro k_t si bien se puede considerar apropiada, no es óptima y es por ello que se han propuesto diversas alternativas (Wilmoth 1993, Bell 1997).

II.3 Pronósticos de las tasas de mortalidad específicas por edad

Una vez que se obtiene la serie de tiempo del índice k_t como se expresa en la sección (II.2.3) se pueden realizar pronósticos del mismo por modelos ARIMA o MEE. A partir de los pronósticos del índice k_t se pueden generar los valores de las tasas de mortalidad para los años proyectados. Se insertan los pronósticos de k_{n+h}, en la fórmula:

$$\hat{m}_{x,n+h} = \hat{m}_{x,n}.\exp\left\{\hat{b}_x\left(\hat{k}_{n+h} - \hat{k}_n\right)\right\}, \quad \text{h=1,2,… x=1,2…,ω} \qquad (9)$$

donde n es el último año para el que se dispone de información, h representa el horizonte de pronóstico y x el grupo etareo.

Por medio de la fórmula (9) se calculan los pronósticos de las tasas de mortalidad en referencia a la última tasa de mortalidad disponible.

Lee y Carter (1992) proponen un intervalo de pronóstico aproximado para los pronósticos de las tasas de mortalidad, que se presenta en (10). Para su cálculo se emplean las estimaciones de los parámetros b_x, y los errores estándar de las proyecciones realizadas para el índice k_t.

$$\text{IP: } \{m_{x,t} \exp(2\, b_x\, se_{k_t})\} \;;\; \{m_{x,t} \exp(-2\, b_x\, se_{k_t})\} \tag{10}$$

Tanto para el ajuste como para la corrección del mismo de utiliza el software R, (Development Core Team 2008).

II.4 Esperanza de vida al nacer

Con el fin de obtener la esperanza de vida al nacer, a partir de las tasas de mortalidad pronosticadas, se emplea la metodología clásica, que se basa en el método desarrollado por Chiang (1984).

La esperanza de vida a la edad x, e_x, se define como

$$e_x = \frac{T_x}{l_x};$$

donde T_x son los años vividos acumulados por la cohorte en el intervalo con edad inicial x y subsiguientes. Con l_x se representa al número de personas que están con vida a la edad inicial del intervalo x de una generación inicial de l_0 nacimientos. Generalmente se define l_0=100.000 .

III.- Análisis empírico

El siguiente análisis comprende la aplicación de la metodología propuesta por Lee y Carter (1992) para modelar tasas de mortalidad específicas por edad y sexo de la República Argentina, generándose un índice general de mortalidad en cada caso. Cada uno de los índices obtenidos se pronostica mediante dos metodologías, modelo ARIMA y MEE. Para la estimación de los MEE se utliza el software STAMP (Stamp Version 6.21, Struct Time S.A Copyright 2000-2003 Koopman S.J).

A partir de las predicciones que se obtienen se pueden proyectar las tasas de mortalidad específicas por edad. Con las tasas de mortalidad se construyen las correspondientes tablas de vida para cada género a través de la metodología clásica, y de ellas se deduce la esperanza de vida al nacer. Se incluyen además las proyecciones de esperanza de vida al nacer de los organismos oficiales disponibles con el fin de comparar los resultados.

III.1.1 Los datos

Se cuenta con los totales de población y defunciones por edad y sexo, para la Argentina el período 1979 a 2006. Los datos de 1979 a 2001 son proporcionados por el Sistema de Información Estadística de la Organización Mundial de la Salud. Luego se completan con datos de la Dirección de Estadística e Información de Salud del Ministerio de Salud de la Nación, los que se disponen en el período 2000-2006. Se comprueba la coincidencia de los años 2000 y 2001 tanto para el total poblacional como para las defunciones, lo que permite concatenar las series.

Los grupos etareos quedan determinados por los siguientes intervalos, el primero de 0 a 4 años y luego intervalos decenales, hasta el último de ellos de 75 o más años de edad, quedando conformadas 9 categorías. La implementación de nueve categorías se basa en el mayor desglose posible que permiten los datos.

III.1.2 Ajuste del modelo

El modelo de Lee-Carter para el índice general de mortalidad k_t planteado es:

$$m_{x,t} = \exp(a_x + b_x k_t + e_{xt}) , \quad t=1,\dots,28 \quad x=0,5,15\dots,75 \qquad (11)$$

Se estiman los parámetros a_x y b_x, como así también se obtiene la primera estimación del índice general de mortalidad k_t, ("cruda" ó "bruta"), y se procede a su re-estimación utilizando la metodología propuesta por Lee y Carter, teniendo en cuenta la condición indicada en la ecuación (11). Este procedimiento se realiza tanto para la serie de total, como para varones y mujeres.

En la Tabla 1 se presentan las estimaciones de a_x y b_x para el total, varones y mujeres. Los mayores valores de b_x se obtienen en el intervalo de edad 0-4 años, lo que expresa que la mortalidad para dicho intervalo varía sustancialmente cuando el índice general de mortalidad k_t cambia. En cambio para edades avanzadas el valor es pequeño, por lo tanto la mortalidad en ese período varía levemente.

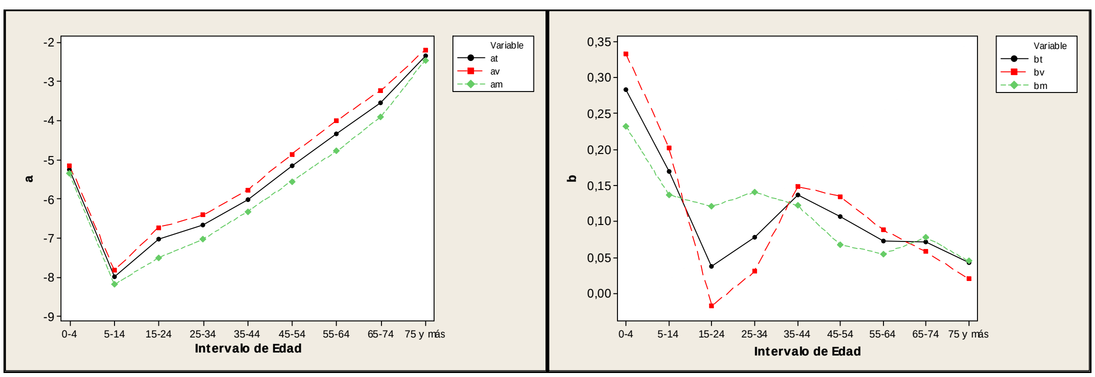
Se destaca el valor estimado de b_{15} para varones, que pertenece al grupo de edad entre 15 y 24 años, ya que resulta negativo. Esto puede observarse en la Figura 1.

Tabla 1. Estimaciones de los parámetros a_x y b_x, para las tasas de mortalidad correspondientes al total, varones y mujeres de la Argentina.

Grupo de Edad	Total		Varones		Mujeres	
	a_x	b_x	a_x	b_x	a_x	b_x
0-4	-5,24167	0,28414	-5,14386	0,33404	-5,35429	0,23262
5-14	-7,99261	0,16979	-7,83313	0,20265	-8,18974	0,13717
15-24	-7,03527	0,03720	-6,72832	-0,01741	-7,50422	0,12124
25-34	-6,66634	0,07869	-6,40873	0,03053	-7,02750	0,14107
35-44	-6,01734	0,13688	-5,78227	0,14905	-6,32116	0,12217
45-54	-5,14825	0,10667	-4,85319	0,13503	-5,55004	0,06805
55-64	-4,33273	0,07287	-4,00105	0,08816	-4,77527	0,05459
65-74	-3,55048	0,07152	-3,22951	0,05801	-3,90812	0,07838
75 y más	-2,34548	0,04223	-2,19382	0,01994	-2,45140	0,04471

Las estimaciones del parámetro de "forma" (a_x), como lo denominan Lee y Carter, pueden observarse en el Figura.1. Estas estimaciones representan la forma en que la mortalidad se comporta a través de las edades, para la Argentina se presenta un comportamiento similar al de la mayoría de los países: una mortalidad alta al comienzo de la vida, luego baja rápidamente hasta un mínimo en el intervalo de 5 a 14, aumenta relativamente lento hasta los 35 o 45 años, y de ahí crece más rápidamente, llegando a superar los niveles de las primeras edades (Ortega 1987).

Figura 1. Estimación de los parámetros a y b para total varones y mujeres de Argentina



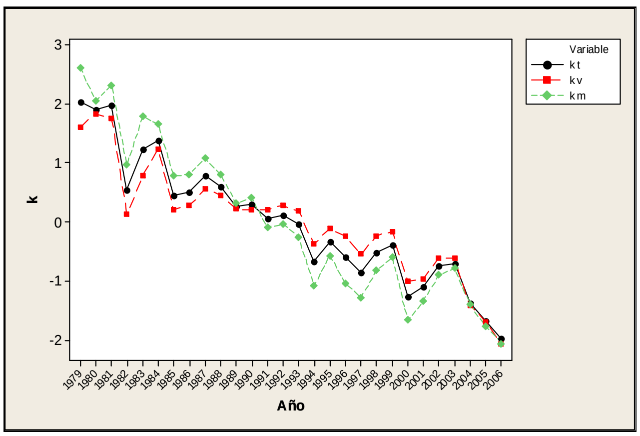
Fuente: Elaboración propia en base a datos de la OMS y Ministerio de Salud de la Nación.

En una etapa siguiente se calculan las primeras estimaciones del índice general de mortalidad para Argentina y sus re-estimaciones. Los índices se denotan: total (kt), varones (kv) y mujeres (km).

Las series de estos índices generales presentan una clara tendencia a disminuir a través del tiempo, (Figura 2). Como así también indica la presencia de un posible valor aberrante en el año 1982, que se tendrá en cuenta al momento de modelar. En la misma figura se detecta un descenso más marcado en el caso de km respecto de kv y kt para la primera mitad del período analizado. El comportamiento del índice general resultaría más parecido para ambos géneros desde los años 90 en adelante.

Para realizar los pronósticos de los indices kt, kv y km se utilizan modelos ARIMA y MEE. Para realizar la selección entre los distintos modelos ARIMA se emplea el criterio de Akaike, y de Schwartz. Los modelos planteados incluyen una variable dummy que permite representar el valor atípico del año 1982.

Figura 2. Estimación del índice general de mortalidad k correspondiente al total, varones y mujeres de Argentina.



Fuente: Elaboración propia en base a datos de la OMS y Ministerio de Salud de la Nación.

Teniendo en cuenta que la finalidad primordial del modelo es el pronóstico, resulta decisivo el PSMAPE[2] para seleccionar el modelo definitivo. Esta medida es calculada modelando 25 observaciones, y luego comparando las últimas tres con los pronósticos obtenidos por el modelo efectuando tres predicciones fuera de la muestra.

En base a los criterios de bondad de ajuste y pronóstico enunciados se elige el modelo ARIMA(0,1,2). Como el modelo es integrado de orden 1, indica la presencia de una tendencia estocástica y la inclusión en cada modelo de una

[2] $PSMAPE = \left(\frac{1}{H} \sum_{h=1}^{H} \left| e_{t+h} \right| \right) 100\%$ donde $e_{t+h} = \frac{valor\ real - valor\ predicho\ h\ pasos\ hacia\ adelante}{valor\ real}$, siendo H el número de predicciones realizadas fuera de la muestra.

constante, que resulta significativa, refleja que en las tres series existe además tendencia determinística.

Con el modelo seleccionado se realizan los pronósticos 5 años hacia delante. Se presentan las estimaciones con los correspondientes intervalos de pronóstico del 95% de confianza. (Figura 3).

El modelo estructural básico formulado en términos de los componentes tendencia e irregular para el índice general de mortalidad k_t se puede escribir

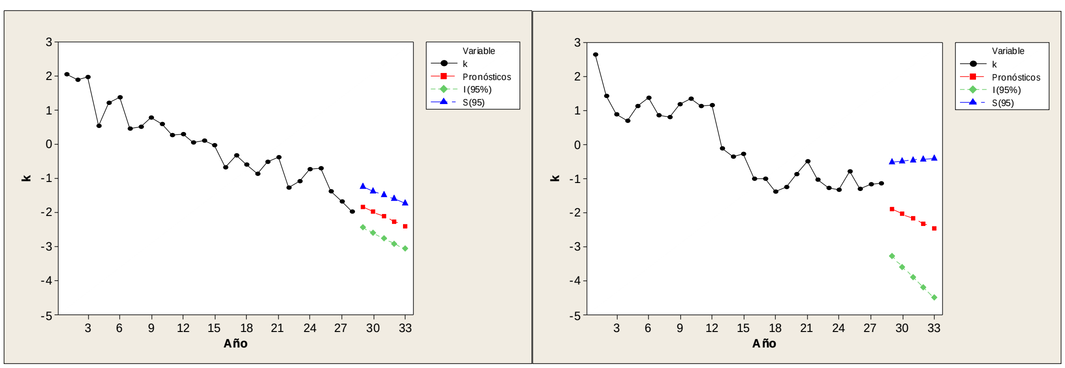
$y_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2_{\varepsilon}) \quad t=1,\ldots 28,$

Nivel: $\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_{1t}$ (12)

Pendiente: $\beta_t = \beta_{t-1} + \eta_{2t}$

donde μ_t y β_t representan la tendencia y ε_t la componente irregular con distribución $N(0, \sigma^2_{\varepsilon})$, los errores η_{1t} y η_{1t} son $\eta_{it} \sim IN(0, \sigma^2_i)$, $i=1,2$ independientes entre si y de σ^2_{ε}.

Figura 3. Proyecciones e intervalos de pronóstico del 95% para el índice kt estimado por un Modelo ARIMA (0,1,2) y MEE para el total de la Argentina



Fuente: Elaboración propia en base a datos de la OMS y Ministerio de Salud de la Nación.

Los hiperparámetros estimados para la pendiente resultan nulos para el total y los varones indicando comportamiento determinístico para esta componente en ambos casos. Mientras para las mujeres dicho parámetro presenta un valor distinto de cero, que refleja la existencia de un comportamiento estocástico. El nivel presenta en los tres casos analizados un comportamiento estocástico, al igual que la componente irregular.

A partir del MEE estimado se realizan las proyecciones del índice general de mortalidad, para el total y ambos géneros. Los intervalos de pronóstico, son más amplios que los intervalos generados por los modelos ARIMA y aumentan considerablemente a través del tiempo.

A partir de los pronósticos generados por los modelos ARIMA y MEE se calculan los pronósticos de tasas de mortalidad. Para ello se insertan los pronósticos k_{2006+h}, en la fórmula:

$$\hat{m}_{x,2006+h} = \hat{m}_{x,2006}.\exp\left\{\hat{b}_x\left(\hat{k}_{2006+h} - \hat{k}_{2006}\right)\right\}, \qquad h = 1,2,\ldots 5 \qquad x = 0,5\ldots,75$$

El cálculo se realiza en referencia al último año para el que se dispone de información, que es el año 2006. El horizonte de pronóstico es representado por h y x indica la edad al inicio del intervalo para el cual se calcula la tasa.

La Tabla 1 y 2 presentan las tasas de mortalidad específicas por edad calculadas a partir de los pronósticos ARIMA y MEE del índice k_t, respectivamente, acompañadas de los intervalos de confianza del 95%. Se destaca una clara coincidencia de los valores estimados a partir de los dos modelos empleados, pero utilizando modelos ARIMA los pronósticos son más precisos.

Tabla 1. Tasas de mortalidad especificas por edad e intervalos del confianza del 95% para el total de Argentina, estimadas a partir de pronósticos ARIMA en el período 2007-2011.

	2007	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**
0-4	0,00328 0,00276-0,0039	0,00316 0,00264-0,00377	0,003035 0,00252-0,00365	0,002920 0,00242-0,00353	0,002809 0,00231-0,00341
5-14	0,00029 0,00027-0,00032	0,00029 0,00026-0,00032	0,000281 0,00025-0,00031	0,000274 0,00024-0,00031	0,000268 0,00024-0,0003
15-24	0,00082 0,0008-0,00083	0,00081 0,00079-0,00083	0,00081 0,00079-0,00083	0,0008 0,00078-0,00082	0,0008 0,00078-0,00082
25-34	0,00104 0,00099-0,0011	0,00103 0,00098-0,0011	0,00102 0,00097-0,00107	0,00101 0,00096-0,00107	0,00100 0,00095-0,00106
35-44	0,00195 0,00179-0,00211	0,00191 0,00175-0,00205	0,00187 0,00171-0,00205	0,00184 0,00168-0,00202	0,00181 0,00164-0,00198
45-54	0,00477 0,00447-0,00518	0,00470 0,0044-0,00512	0,00463 0,00432-0,00506	0,00457 0,00425-0,005	0,0045 0,00418-0,00495
55-64	0,011453 0,01096-0,01197	0,011340 0,01083-0,01187	0,011228 0,01071-0,01177	0,011117 0,01059-0,01167	0,011007 0,01047-0,01157
65-74	0,025009 0,02395-0,02612	0,024766 0,02368-0,0259	0,024526 0,02341-0,02569	0,024289 0,02316-0,02548	0,024053 0,02289-0,02526
74 y más	0,088449 0,08621-0,09074	0,087942 0,08564-0,09031	0,087438 0,08508-0,08987	0,086936 0,08396-0,08942	0,086438 0,08396-0,08898

Tabla 2. Tasas de mortalidad especificas por edad e intervalos del confianza del 95% para el total de Argentina, estimadas a partir de pronósticos MEE en el período 2007-2011.

	2007	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**
0-4	0,00324 0,00217-0,00482	0,00311 0,00198-0,00488	0,00299 0,00182-0,00492	0,00287 0,00166-0,00496	0,00276 0,00153-0,00499

5-14	0,00029 0,00023-0,00037	0,00029 0,00022-0,00037	0,00028 0,00021-0,00037	0,00027 0,0002-0,00038	0,00027 0,00019-0.00038
16-24	0,00082 0,00077-0,00086	0,00081 0,00076-0,00086	0,00081 0,00076-0,00086	0,0008 0,00075-0,00086	0,0008 0,00074-0,00086
25-34	0,00104 0,00093-0,00116	0,00103 0,00091-0,00116	0,00102 0,00089-0,00117	0,00101 0,00086-0,00117	0,001 0,00084-0,00117
35-44	0,00193 0,0016-0,00234	0,0019 0,00152-0,00236	0,00186 0,00146-0,00237	0,00183 0,0014-0,00237	0,00179 0,00135-0,00238
45-54	0,00475 0,00409-0,00575	0,00468 0,00395-0,0058	0,00461 0,00382-0,00586	0,00454 0,0037-0,0059	0,00447 0,00358-0,00595
55-64	0,01142 0,0103-0,01264	0,0113 0,01068-0,01268	0,01119 0,00984-0,01271	0,01107 0,00962-0,01274	0,01096 0,00941-0,01277
65-74	0,024928 0,02255-0,02756	0,024680 0,02204-0,02764	0,024434 0,02155-0,0277	0,024191 0,02108-0,02776	0,023951 0,02063-0,0278
74 y más	0,08828 0,0832-0,09366	0,08776 0,08209-0,09383	0,08724 0,081-0,09396	0,08673 0,07997-0,09407	0,08622 0,07895-0,09415

Tabla 3. Estimación de la esperanza de vida al nacer para el total, varones y mujeres de Argentina, obtenidas a partir de los pronósticos de las tasas de mortalidad basados en modelos ARIMA y MEE.

	Total		**Varones**		**Mujeres**	
Año	**ARIMA**	**MEE**	**ARIMA**	**MEE**	**ARIMA**	**MEE**
2007	74,77	74,77	71,03	71,01	78,05	78,05
2008	75,03	75,03	71,25	71,14	78,33	78,33
2009	75,29	75,29	71,46	71,27	78,61	78,61
2010	75,55	75,55	71,66	71,40	78,90	78,90
2011	75,82	75,82	71,87	71,52	79,18	79,18

En las estimaciones de la esperanza de vida para el total, presentadas en la Tabla 3., se destaca la pequeña diferencia entre uno y otro método de pronóstico.

En la Tabla 4 se presentan las estimaciones oficiales de la esperanza de vida al nacer proyectadas para la Argentina que brinda el INDEC. Los pronósticos de esperanza de vida obtenidos a partir del modelo de Lee-Carter en general son mayores que a las estimaciones del INDEC para el quinquenio 2005-2010.

Tabla 4. Esperanza de vida al nacer proyectada por el INDEC para la Argentina.

	Esperanza de vida al nacer		
Quinquenio	**Total**	**Varones**	**Mujeres**
2005-2010	75,24	71,56	79,06
2010-2015	76,13	72,45	79,95

IV.- Discusión

En la etapa de estimación de parámetros del modelo, se debe tener en cuenta que el periodo analizado incluye al año 1982, año en el cuál se desarrolló la guerra de Malvinas, éste podría ser el evento que produce el valor estimado de b_{15} para varones que resulta atípico. Este fenómeno puede deberse a algún suceso que elevó la mortalidad en algún momento del período analizado, o realmente refleja un leve aumento de la mortalidad en dicho grupo etareo. Otra explicación posible se basa en que diversos estudios indican que, en la Argentina, han aumentado las muertes por causas violentas entre los varones de 15 a 24 años de edad. Una investigación del Centro de Investigaciones Epidemiológicas de la Academia Nacional de Medicina de Buenos Aires (Serfaty 2003) concluye que de 1991 a 2000 ha aumentado la tasa de mortalidad por causas violentas en general, y destaca que en varones jóvenes esta tasa se ha duplicado. Esta realidad podría estar reflejada en el comportamiento que presenta la estimación del parámetro b para la categoría de 15 a 24 años. Además es notoria la diferencia que se da en los intervalos 15 a 24 y 25 a 34, entre varones y mujeres ya que los primeros presentan valores bastante más bajos que las segundas.

En la República Argentina, como en Estados Unidos (Lee y Carter 1992) y Méjico (González Pérez y Guerrero Guzmán 2007), las esperanzas de vida pronosticadas por el modelo de LC resultan mayores a las generadas por los métodos empleados por organismos oficiales de estadística. Destacándose así el uso del modelo de Lee-Carter como una metodología con sustento probabilístico. El modelo de Lee-Carter es práctico, de sencilla aplicación y genera múltiples medidas y resultados que permiten describir la mortalidad actual como así también la del futuro. En este trabajo su aplicación brinda buenos resultados para el caso de los datos de Argentina, coincidentes con los obtenidos por el mismo método en otros países, teniendo en cuenta que el período en estudio es sustancialmente menor, ya que las diversas aplicaciones, en Suecia (Wang 2007), Estados Unidos (Lee y Carter 1992), y Chile (Lee y Rofman 1994) abarcan periodos de más de cien años. Este factor limita el número de pronósticos que pueden realizarse. Dado que el modelo de LC se basa exclusivamente en la información histórica de datos de mortalidad y población, por ello es indispensable contar con información confiable por períodos considerables de tiempo, mostrando la importancia que tiene para un país, región o ciudad obtener los datos en forma eficiente y mantener los registros actualizados.

V.- Conclusión

En el presente trabajo se aplica el modelo de Lee-Carter a las tasas de mortalidad específicas por edad y discriminadas por género de la República

Argentina. El periodo analizado abarca desde el año 1979 hasta el año 2006. A partir del análisis propuesto por Lee y Carter se obtiene un índice general de mortalidad para cada género, y los parámetros de forma y sensibilidad para nueve categorías de edad. Mediante modelos ARIMA y MEE se pronostica el índice general para los años 2007 a 2011. Es importante remarcar que el período analizado en el presente trabajo es el máximo en el que se disponen de los datos necesarios para su aplicación. El comportamiento de dichos parámetros es similar al observado en la mayoría de las poblaciones donde se ha utilizado este tipo de análisis. El índice general de mortalidad (kt), describe a través del tiempo una serie que presenta poca variabilidad y aparece dominada por una clara tendencia decreciente. Los modelos de pronóstico ARIMA(0,1,2) con constante y MEE utilizados para proyectar el índice k presentan un ajuste adecuado, pero la calidad difiere si se comparan los intervalos correspondientes de confianza obtenidos por ambas metodologías. Presentándose intervalos más amplios para los MEE. En una segunda etapa, utilizando los pronósticos del índice k_t obtenidos por ambos modelos, se pronostican las tasas de mortalidad específicas por edad. Estas presentan diferencias a partir del tercer o cuarto decimal según la metodología de pronóstico utilizada.

A partir de dichas tasas se calculan las esperanzas de vida al nacer utilizando la metodología clásica, estos difieren levemente entre los generados a partir de modelos ARIMA y los obtenidos por MEE. Si bien para ambos modelos de pronóstico las estimaciones de las tasas y las esperanzas de vida son similares, los intervalos de pronóstico del índice general de mortalidad k_t son más precisos utilizando el modelo ARIMA.

REFERENCIAS

Alho, J.M. (1990). *"Stochastic methods in population forecasting".* International Journal of Forecasting 6, 521-530.

Alho, J.M. (1991). "Effect of aggregation on the estimation of trend in mortality". Mathematical Population Studies 3, 53-67.

Alho, Juha M. (2000). *“A statistical look at Modeen’s forecast of the population of Finland in 1934.”* Yearbook of Population Research in Finland, Vol. 36, 2000, 107-20 pp.

Alho, J.M.; Spencer B.D. (1985). *"Uncertain Population Forecasting"* Journal of the American Statistical Association 80 (1985): 306-314.

Bell W R. (1997). *“Comparing and assessing time series methods for forecasting age specific fertility and mortality rates.”* Journal of Official Statistics, 13 (3): 279–303.

Bell, W.R., Monsell, B., (1991). *“Using principal components in time series modelling and forecasting of age-specific mortality rates.”* Proceedings of the American Statistical Association, Social Statistics Section, pp. 154-159.

Booth, H; Maindonald, J. and Smith, L. (2002). “*Age-Time Interactions in Mortality Projection: Applying Lee-Carter to Australia.”*

Booth, H. & Tickle, L. (2003). *“The future aged: New projections of Australia’s elderly population.”* Australasian Journal on Ageing, 22(4), pp. 196-202.

Carter, L. (1996). *“Forecasting U.S. Mortality: A comparison of Box-Jenkins ARIMA and Structural Time Series Models.”* The Sociological Quarterly 37, No 1:127-44.

Chia, N.C. and A.K.C. Tsui (2003). *“Life annuities of compulsory savings and income adequacy of the elderly in Singapore.” Journal of Pension Economics and Finance*, March 2003

Chiang, C. L. (1984). *“The Life Table and its Applications”.* Malabar (FL), Robert E. Krieger Publ. Co.

DeMoivre. (1725).*” Annuities upon Lives”*

Gompertz B. (1825). "*On the nature of the function expressive of the Law of human mortality*".

INDEC, 2004 “*Estimaciones y proyecciones de población. Total del país. 1950-2015*”.

INDEC-CELADE (1995), *Estimaciones y proyecciones de población. Total del país 1950-2050 (versión revisada)*, INDEC, serie Análisis Demográfico Nº 5, Buenos Aires

Lee, R. D., Carter, L. (1992*). “Modeling and Forecasting the Time Series of U.S. Mortality.”* Journal of the American Statistical Association 87:659-71.

Lee R D, Miller T. (2001). “Evaluating the performance of the Lee-Carter method for forecasting mortality.” Demography, 38 (4): 537–549.

Lee, R.; Miller, T. (2000). *“Evaluating the performance of Lee Carter mortality forecasts.”* University of California, Berkeley.

Lee, R. D. and Rofman, R. (1994). *“Modeling and Forecasting Mortality in Chile.” Notas* 22, No. 59:182-213.

Li N, Lee R D, Tuljapurkar S. (2004). *"Using the Lee-Carter method to forecast mortality for populations with limited data."* International Statistical Review, 72, 1: 19–36.

McNown**,** R. F., and Rogers, A. (1989), *"Forecasting Mortality: A Parameterized Time Series Approach."* Demography, 26, 645-660.

McNown**,** R. F., and Rogers, A. (1992). *"Forecasting Cause-Specific Mortality Using Time Series Methods."* International Journal of Forecasting 8 (1992) 413-423.

Makeham W. (1860). "*On the Law of mortality and the construction of annuity tables*". Journal of the Institute of Actuaries and Assurance Magazine 8.

Ministerio de Salud. Dirección de Estadística e Información de Salud. Programa Nacional de Estadísticas de Salud. (2000). *"Modelos de Formularios e Instructivos del Sistema de Estadísticas Vitales"*. Buenos Aires, Argentina.

González Pérez, C.Y., Guerrero Guzmán, V. M. (2007) "Pronósticos estadísticos de mortalidad y su impacto sobre el Sistema de Pensiones de México".

Ortega A. (1987), "*Tablas de mortalidad*", CELADE, Serie E N° 1004, San José, Costa Rica.

Serfaty, E (2003) *"Mortalidad por causas violentas en adolescentes y jóvenes de 10 a 24 años. Argentina 1991 a 2000".* Centro de Investigaciones Epidemiológicas de la Academia Nacional de Medicina de Buenos Aires.

Wang, J.Z., (2007) *"Fitting and Forecasting Mortality for Sweden: Applying the Lee-Carter Model"* Mathematical Statistics Stockholm University.

Wilmoth, J. R. (1993*). "Computational Methods for Fitting and Extrapolating the Lee-Carter Model of Mortality change."* Technical Report, Department of Demography", University of California, Berkeley.

AGRADECIMIENTOS: Deseo agradecer a mi Directora de Tesina Mgs. María Teresa Blaconá, y a la Co-Directora Mgs. Nora Arnesi por su guía y consejo.