

Enseñanza sistemática del lenguaje simbólico.

Distefano María Laura, Urquijo Sebastián y Galindo Susana.

Cita:

Distefano María Laura, Urquijo Sebastián y Galindo Susana (Diciembre, 2006). *Enseñanza sistemática del lenguaje simbólico. IV Conferencia Argentina de Educación Matemática. Sociedad Argentina de Educación Matemática (SOAREM), Buenos Aires.*

Dirección estable: <https://www.aacademica.org/sebastian.urquijo/98>

ARK: <https://n2t.net/ark:/13683/pfN5/orP>



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons.
Para ver una copia de esta licencia, visite
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>.

Acta Académica es un proyecto académico sin fines de lucro enmarcado en la iniciativa de acceso abierto. Acta Académica fue creado para facilitar a investigadores de todo el mundo el compartir su producción académica. Para crear un perfil gratuitamente o acceder a otros trabajos visite: <https://www.aacademica.org>.

ENSEÑANZA SISTEMÁTICA DEL LENGUAJE SIMBÓLICO

Autores: María Laura Distéfano – Sebastián Urquijo – Susana González de Galindo

Institución: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales – Universidad Nacional de Mar del Plata- Argentina
Facultad de Psicología – Universidad Nacional de Mar del Plata- Argentina
Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia – Universidad Nacional de Tucumán - Argentina

Dirección electrónica: lauradistefano@datafull.com

Nivel: Universitario

Palabras clave: lenguaje simbólico matemático - enseñanza

INTRODUCCIÓN

Una de las mayores dificultades a las que se enfrentan los alumnos de primer año de las carreras de Profesorado/Licenciatura en Matemática es de tipo comunicacional, ya que, entre otros factores, los profesores emplean un lenguaje escrito que los alumnos no dominan. La experiencia docente ha permitido constatar que los estudiantes, durante las clases teóricas, copian una cantidad de símbolos que les terminan resultando vacíos, sin contenido, pues desconocen su manejo e interpretación de manera acabada.

En el desarrollo de las asignaturas de estas carreras, se pretende que los alumnos consulten la bibliografía recomendada. Cuando acuden a ella se enfrentan a un texto plagado de símbolos, que no llegan a traducir completamente, y por consiguiente, a comprender.

La percepción y la representación del lenguaje puede ser determinante en el éxito o fracaso en la búsqueda de la solución de un problema. La dificultad para leer, escribir y entender el lenguaje simbólico genera una situación de frustración que en muchos casos culmina en deserción, bajo la convicción de no estar capacitados para las tareas que se deben realizar.

Para los alumnos que ingresan a la carrera del Profesorado/Licenciatura en Matemática, esta es una herramienta básica y fundamental, con la que deben contar desde el primer momento de su instrucción académica.

Por otra parte, el lenguaje simbólico propio de la Matemática, tiene la ventaja de su universalidad en cuanto a que prescinde del empleo de expresiones del lenguaje coloquial y permite su comprensión directa independientemente del idioma concreto de la persona que lo emplea. Pero como se trata de una convención cultural, no natural, es imprescindible que sea enseñado y aprendido para que cumpla con su función instrumental.

Este trabajo forma parte de la investigación que se realiza en el marco de la Tesis para optar al título de Magister en Enseñanza de la Matemática Superior, de la Universidad Nacional de Tucumán. El propósito de esta investigación es diseñar, implementar y evaluar los resultados de un programa de intervención educativa orientado a la enseñanza sistemática del lenguaje simbólico de la Matemática, aplicado a alumnos ingresantes a la carreras del Profesorado/Licenciatura en Matemática de la Universidad Nacional de Mar del Plata.

El objetivo de este artículo es determinar si la enseñanza sistemática del lenguaje simbólico otorga, a los alumnos que participan de tal intervención, un aprendizaje del mismo significativamente superior al logrado por aquellos que no participan.

MARCO CONCEPTUAL

Son numerosos los autores que recomiendan la enseñanza del lenguaje simbólico. Alcalá (2002) afirma:

¿Tan importante es el simbolismo en el aprendizaje matemático? Lo es hasta el punto de que el avance del conocimiento, la progresión en el aprendizaje de la matemática escolar, *se produce gracias a la asimilación (recreación, apropiación de) y uso de símbolos y estructuras simbólicas cada vez más abstractos y jerarquizados*. Es el relativo dominio del lenguaje, más exactamente de los códigos notacionales propios de cada nivel lo que hace avanzar el aprendizaje.

D. Pimm (1990), uno de los referentes más importantes en el tema, afirma que “...el aspecto simbólico de la matemática es una de las más evidentes y distintivas características de la materia en cuestión...” (p.196), señalando que:

...Si no queremos que se conviertan en un obstáculo, es importante que los símbolos empleados existan ya como objetos conceptuales para el usuario, lo que supone que sean reconocidos, escritos y distinguidos sin esfuerzo y, a poder ser, sin prestarle atención consciente... (p.209)

Este autor distingue los siguientes objetivos del uso de los símbolos:

- *Favorecen la comunicación*: Los símbolos dan acceso a los pensamientos de los demás.
- *Ayudan a mostrar la estructura*: Las relaciones entre los símbolos reflejan las relaciones entre las ideas.
- *Facilitan la automatización en la manipulación rutinaria*: Liberan la atención consciente para dedicarla a otros menesteres.
- *Hacen posible la reflexión*: Sitúan los pensamientos “afuera”, con cierta estabilidad, en forma compacta y con permanencia, como objetos que pueden estudiarse.

Un aspecto fundamental en la construcción del lenguaje algebraico es la posibilidad de expresar simbólicamente la generalización de problemas particulares, lo que permitió la evolución de la aritmética al álgebra. De acuerdo con esto, debe considerarse que el lenguaje simbólico, de no ser enseñado en tiempo y forma, podría constituirse en un obstáculo epistemológico que dificulta la generalización y la abstracción que, en principio, el álgebra necesita para despegarse de la aritmética.

El marco teórico sobre el cual se fundamenta la propuesta pedagógica es el de la denominada Escuela Francesa de Didáctica de la Matemática. La idea central propuesta en esta escuela es que la identificación e interpretación de fenómenos y procesos objeto de interés, supone el desarrollo de un cuerpo teórico, el cual debe ser específico del saber matemático, y no puede provenir de la simple aplicación de una teoría ya desarrollada en otros dominios.

Dentro de esta línea se toman los conceptos desarrollados en la Teoría de Situaciones por Guy Brousseau y en la Transposición didáctica por Yves Chevallard.

La Teoría de Situaciones Didácticas desarrollada por Brousseau constituye una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para la generación de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea (Panizza, 2003).

Brousseau (1983) introduce la noción de obstáculo epistemológico (intrínsecamente relacionado con el propio concepto), cuya superación requiere de situaciones didácticas diseñadas de tal manera de concientizar a los alumnos sobre la necesidad de cambiar sus concepciones, brindándoles los medios para conseguirlo.

El problema central de la didáctica es para Chevallard el estudio de la relación institucional con el saber, de sus condiciones y de sus efectos, considerando el conjunto de factores cognitivos, culturales, sociales, que condicionan la relación del alumno con el objeto de saber en cuestión.

Chevallard (1991) construye el concepto de *transposición didáctica*, el cual se refiere al conjunto de adaptaciones que sufre un conocimiento matemático para transformarlo en conocimiento a ser enseñado.

También se han tenido en cuenta en el diseño de este programa de intervención didáctica las siguientes consideraciones, las que constituyen principios relevantes de las teorías cognitivistas para el aprendizaje, entre las que se destacan la Gestalt, la Teoría Psicogenética de Piaget, la Teoría de la Asimilación de Ausubel, la propuesta de Integración Social de Vigotsky y la Teoría del Aprendizaje Social por observación de Bandura, (Urquijo, 1997):

- Los aspectos perceptibles de las situaciones y de los materiales son condiciones importantes para el aprendizaje, como así también su estructuración y presentación, de modo que los aspectos esenciales puedan ser captados por el alumno;
- La organización del conocimiento influye en el aprendizaje y debe ir en la dirección “desde lo simple a lo complejo”.
- El aprendizaje con comprensión es más permanente y transferible que el mero recuerdo sin comprensión o el aprendizaje de fórmulas;
- El *feedback* cognitivo confirma el conocimiento correcto y sirve para corregir errores o fallas de aprendizaje;
- La fijación de metas o propósitos, por parte del alumno, motiva el aprendizaje, y el éxito o fracaso de éste influye en la determinación de objetivos futuros;
- Deben ser favorecidos tanto el pensamiento divergente, que conduce a soluciones imaginativas de problemas o a la creación de productos nuevos y valiosos, como el pensamiento convergente, que conduce a respuestas lógicamente correctas.

MATERIALES Y MÉTODOS

El programa de intervención educativa implica un *sistema de tareas* a través del cual el alumno se familiariza con el lenguaje simbólico propio de la Matemática, el que, como se sabe, no es natural sino convencional.

No se hizo un recorrido exhaustivo por la totalidad de los símbolos que pueden aparecer en el quehacer matemático, sino que se seleccionaron los de uso más frecuente, particularmente los que Pimm (1990) denomina *logogramas*. Éstos son los que se utilizan sólo en contextos matemáticos y que en general sustituyen a palabras completas, como sucede, por ejemplo, con los siguientes símbolos: \in , \subset , \subseteq , \Rightarrow , \Leftrightarrow , \wedge , \vee , \forall , \exists . La enseñanza de los logogramas fue acompañada de lo concerniente a posición, orden, orientación y reglas de sintaxis y apoyada en su conjunto con consideraciones semánticas.

Esta restricción en el universo de los símbolos matemáticos está basada fundamentalmente en el hecho de que los alumnos son ingresantes y no poseen aún, los conocimientos necesarios para incluir los símbolos propios de conceptos más avanzados. Del mismo modo, las propiedades y proposiciones incluidas en el programa como aplicaciones de los símbolos, corresponden a temas de la escuela media, con el objetivo de que resultaran conocidas para el alumno y que su contenido semántico no complejizara la situación de aprendizaje del lenguaje simbólico en sí mismo.

Instrumentos empleados

Para llevar a cabo el programa se diseñó:

- un instrumento para evaluar los conocimientos previos que los alumnos poseían respecto del lenguaje simbólico (pre-test), el que fue aplicado nuevamente al finalizar la intervención didáctica, con el objetivo de analizar el aprendizaje logrado (post-test). Este instrumento, compuesto de 10 ítems, evalúa el manejo de variables como así también la traducción del lenguaje coloquial al lenguaje simbólico y viceversa.
- el material específico (sistema de tareas) que se utilizó en la intervención educativa.

Descripción de los encuentros

La intervención educativa estuvo compuesta por tres encuentros presenciales de 90 minutos cada. Estos encuentros se desarrollaron durante las dos primeras semanas de clase del primer cuatrimestre.

La modalidad de trabajo fue de tipo taller, en la que los alumnos alternaron espacios de trabajo individual y grupal.

↳ En el *primer encuentro* se introdujeron los símbolos a utilizar, y se trabajó sobre el uso de variables y el concepto de pertenencia.

Objetivos del encuentro 1:

- Afianzar el concepto de variable matemática.
- Construir expresiones sintácticamente correctas utilizando símbolos y variables, aplicadas a conjuntos numéricos.
- Trabajar el concepto de pertenencia.
- Reconocer expresiones equivalentes.

↳ En el *segundo encuentro* se introdujo el uso de cuantificadores.

Objetivos del encuentro 2:

- Introducir el uso de cuantificadores.
- Traducir del lenguaje coloquial al simbólico y viceversa, atendiendo al aspecto semántico de la expresiones.
- Reconocer expresiones equivalentes.

Se tuvo en cuenta que éste no fue un curso de lógica, si bien se utilizan conceptos provenientes de ella. La lógica maneja símbolos y estructuras independientemente del contenido. En este caso se apuntó, también, al aspecto semántico, como un modo de establecer el nexo entre la expresión coloquial y la simbólica.

También se trabajó la traducción entre el lenguaje coloquial y el simbólico, en ambos sentidos. En la traducción del lenguaje coloquial al simbólico se concedió importancia al control de la expresión obtenida, en el sentido que no fuera ambigua sino que contuviera todos los datos de manera precisa y completa. En el sentido inverso, se apuntó a que la traducción no fuera símbolo a símbolo, sino considerando el sentido general de la sentencia, es decir se sugirió atender al contenido semántico de la propiedad en cuestión.

↳ En el *tercer encuentro* se retomó el trabajo con cuantificadores.

Objetivos del encuentro 3:

- Expresar proposiciones que requieren dos cuantificadores.
- Negar expresiones que contienen cuantificadores.
- Establecer el valor de verdad de una expresión dada en símbolos.

En este encuentro se trabajó con expresiones que contenían dos cuantificadores.

Se consideró que la habilidad de negar expresiones es una herramienta fundamental en el aprendizaje de los métodos de demostración, ya que tanto los razonamientos por el contrarrecíproco como por el absurdo, requieren la negación de enunciados. Por ello, se introdujo la negación de expresiones que incluían cuantificadores, proporcionando las reglas para la negación automática de tales expresiones y trabajando con el sentido que tiene la expresión resultante y su valor de verdad.

Diseño de la experiencia

Se conformaron, en forma aleatoria, los grupos experimental (GE) y de control (GC) con 25 alumnos cada uno. Se aplicó en ambos grupos el pretest y el postest.

Se calculó luego un diferencial de aprendizaje, obtenido como la diferencia de los puntajes obtenidos en el pretest y el postest, con el propósito de analizar los valores (positivos, nulo o negativo) del mismo.

RESULTADOS

Los resultados totales obtenidos están representados en la siguiente tabla:

TOTALES	Diferencial positivo	Diferencial nulo	Diferencial negativo
Grupo experimental (GE)	100 %	0 %	0%
Grupo control (GC)	60 %	20 %	20 %

Se realizó posteriormente un análisis más detallado, respecto de las diferencias que se produjeron en lo concerniente al manejo de variables, a la traducción del lenguaje simbólico al coloquial, así como del lenguaje coloquial al simbólico. Se obtuvieron los siguientes resultados:

MANEJO DE VARIABLES	Diferencial positivo	Diferencial nulo	Diferencial negativo
Grupo experimental (GE)	48 %	50,7 %	1,3 %
Grupo control (GC)	22.7 %	72 %	5.3 %

TRADUCCION SIMBOLICO A COLOQUIAL	Diferencial positivo	Diferencial nulo	Diferencial negativo
Grupo experimental	72 %	24 %	4%
Grupo control	12 %	78.7 %	9.3 %

TRADUCCION COLOQUIAL A SIMBOLICO	Diferencial positivo	Diferencial nulo	Diferencial negativo
Grupo experimental	56 %	40 %	4%
Grupo control	21.3 %	68 %	10.7 %

CONCLUSIONES

De los resultados se desprenden las siguientes conclusiones:

- En la distribución del diferencial considerando el aprendizaje del lenguaje simbólico en general (diferencial total) se observa que los alumnos que conformaron el grupo experimental, en la totalidad de los casos tuvieron un mejor desempeño que los del grupo control.
- El grupo experimental ha mejorado en los tres aspectos evaluados, con diferencias notables respecto del grupo control, ya que los diferenciales positivos, que representan el aprendizaje, son sustancialmente más altos.
- Los diferenciales nulos, que indican invariabilidad del conocimiento, ya sea éste acertado o erróneo, es considerablemente menor en el grupo experimental.
- Los diferenciales negativos, que indicarían una situación de desaprendizaje podrían atribuirse a que el pretest fue resuelto de manera “azarosa”, sin aplicar ningún conocimiento y que el mismo no fue adquirido posteriormente. Esta situación es menor en el grupo experimental.

TAREAS PENDIENTES

Para completar esta investigación se decidió:

- Efectuar un análisis más detallado sobre los casos de diferencial nulo, para extraer conclusiones respecto de la distribución de la invariancia del conocimiento, ya sea éste erróneo o no.

- Realizar un post-test retardado, al finalizar el cuatrimestre, para establecer un nuevo diferencial que mida la permanencia del aprendizaje, es decir la solidez de los conocimientos.
- Analizar si los alumnos que han participado de la intervención educativa tienen un desempeño académico significativamente superior en la asignatura Álgebra Lineal I que el evidenciado por los alumnos del grupo control.
- Analizar si existe alguna relación entre la capacidad de razonamiento abstracto propia de cada individuo, la que será medida a través de la Escala de razonamiento abstracto del Test de Aptitudes Diferenciales (Bennett et al., 1992) , y el aprendizaje del lenguaje simbólico.

BIBLIOGRAFÍA

- ALCALA, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona: Graó.
- BENNETT, G.- SEASHORE, H. - WESMAN, A. (1992). *Tests de aptitudes diferenciales. Forma T*. Paidós: Buenos Aires.
- BROUSSEAU, G. (1983) *Los Obstáculos Epistemológicos y los Problemas en Matemáticas*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 4 (2). Disponible en: <http://sectormatematica.cl/articulos>. Recuperado el 12/03/06.
- CHEVALLARD, Y. (1991) *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Bs.As.: Aique
- GUZMAN, M. DE (1997). *Del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático*. Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "THALES" , N° 38 , pp. 19-36
- MALISANI, E. (1999) *Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico. Visión histórica*. Revista IRICE. N° 13. pp. 105-134
- ORTEGA DATO, J.F.; ORTEGA DATO, J.A. (2004). *Lenguaje Matemático: Una experiencia en los estudios de Economía de la UCLM*. Revista UNO. N° 35. pp 74-87.
- PANIZZA, M. (2003). *Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas*. En PANIZZA, M. (compiladora) *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB*. Buenos Aires: Paidós,
- PIMM, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata.
- URQUIJO, S.; GONZALEZ, G. (1997) *Adolescencia y Teorías del Aprendizaje*. Fundamentos. Documentos Base. Mar del Plata: Universidad Nacional de Mar del Plata. ISSN: 987-9136-35-7